

โรงเรียน **ดีดี**



ที่พึ่งทางการศึกษา ช่วยไขปัญหาให้ทุกคน SchoolDD.com

บทที่ 6

โมเมนตัม และการดล

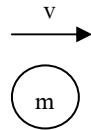




บทที่ 6

โมเมนตัม และการดล

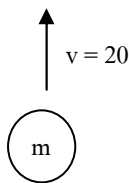
6.1 โมเมนตัม “p” หมายถึง ปริมาณที่วัดความพยายามที่จะเคลื่อนที่ไปข้างหน้าของวัตถุ มีขนาดเท่ากับ มวลคูณ ความเร็ว เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศทางเดียวกับทิศของความเร็ว มีหน่วยเป็น kg m/s



$$p = mv$$

ตัวอย่างที่ 1

วัตถุมวล 10 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 m/s ไปทางทิศเหนือ จะมีโมเมนตัมเท่าไร



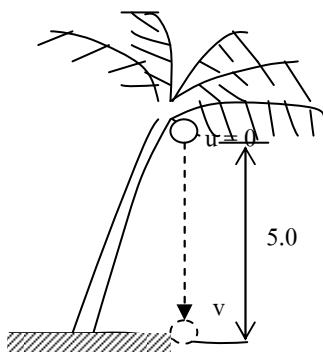
จาก $p = mv$

จะได้ $p = 10(20)$

$\therefore p = 200 \text{ kg m/s}$ ไปทางทิศเหนือ **Ans**

ตัวอย่างที่ 2

ลูกมะพร้าวมวล 1 kg หล่นลงมาจากต้นสูง 5 m ขณะกระทบพื้นจะมีโมเมนตัมเท่าไร



จาก $p = mv$ ---- ①

รู้ m หา v ได้จาก $v^2 = u^2 + 2as$

$$v^2 = 0 + 2(10)(5)$$

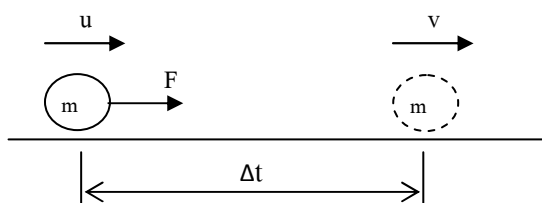
$$v = 10 \text{ m/s}$$

แทนค่าใน ① จะได้ $p = 1(10)$

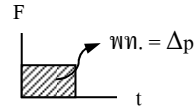
$\therefore p = 10 \text{ kg m/s}$ **Ans**

6.2 การดลและแรงดล

การดล “I” หมายถึง โมเมนตัมที่เปลี่ยนไป หรือผลคูณของแรงลัพธ์ (แรงดล) ที่กระทำกับวัตถุกับ เวลา เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศทางเดียวกันกับทิศของแรงลัพธ์ที่กระทำและมีหน่วยเป็น kg m/s



$$I = F\Delta t = \Delta p = mv - mu$$



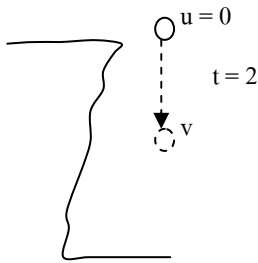
- พื้นที่ใต้กราฟ F กับ t คือการคูณ (I) หรือ Δp
- การแทนค่าความเร็วเพื่อหาการคูณ ให้สมมุติทิศทางของความเร็วไปทางขวามือ หรือทิศขึ้นเป็นบวก และไปทางซ้ายมือ หรือทิศลงเป็นลบ



— ให้นักเรียนใช้หลักของการคูณ และแรงคูณอธิบายว่า ทำไมเมื่อปล่อยไข่ตกจากที่สูงกระทบบพื้นไข่จะแตก แต่ถ้ากระทบบฟองน้ำจะไม่แตก เมื่อปล่อยจากความสูงเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 3

ปล่อยก้อนหินมวล 1 กิโลกรัม ลงมาจากหน้าผา โมเมนตัมของก้อนหินจะเปลี่ยนแปลงไปเท่าใด เมื่อเวลาผ่านไป 2 วินาที



จาก $\Delta p = mv - mu$ ---- ①

รู้ m, u, t หา v ได้จาก $v = u + at$

$$= 0 + (10)(2)$$

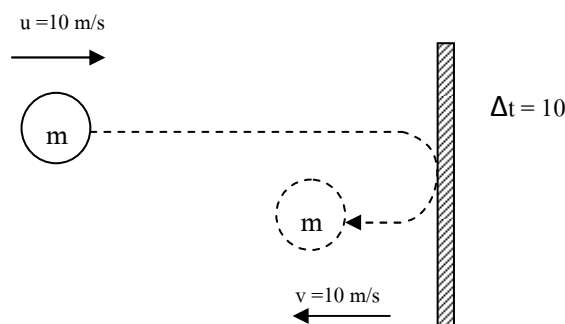
$$v = 20 \text{ m/s}$$

แทนค่าใน ① จะได้ $\Delta p = 1(-20) - 1(0)$

$$\therefore \Delta p = -20 \text{ kg m/s} \text{ ทิศดังลง } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 4

ขว้างลูกบอลมวล 50 กรัม ในแนวระดับเข้าชนกำแพงเรียบ ด้วยอัตราเร็ว 10 m/s แล้วสะท้อนกลับออกมาด้วยอัตราเร็วเท่าเดิม ลูกบอลกระทบกำแพงนาน 10 มิลลิวินาที จงหาการคูณและแรงเฉลี่ยที่ผนังกระทำกับลูกบอล



ให้ทิศทางของการเคลื่อนที่หรือทิศความเร็วไปทางด้านขวาเป็นบวก ซ้ายเป็นลบ

หาการคูณ จาก $\Delta p = mv - mu$

$$= 0.05(-10) - 0.05(10)$$

$$\therefore \Delta p = -1.0 \text{ kg m/s} \text{ ทิศไปทางซ้าย } \underline{\text{Ans}}$$

หาแรงคูณ จาก $F \Delta t = \Delta p$

หรือแรงลัพธ์ที่กระทำกับวัตถุ ←

$$F = \Delta p / \Delta t = -1.0 / (10 \times 10^{-3})$$

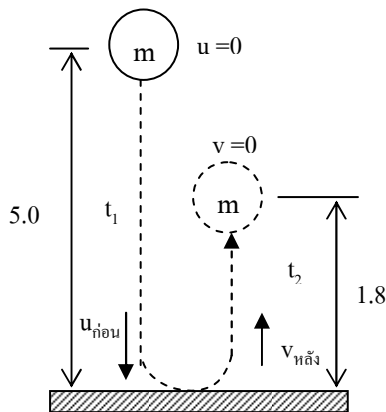


∴ $F = -100 \text{ N}$ ทิศไปทางซ้าย (ออกจากกำแพง) **Ans**

ตัวอย่างที่ 5

ปล่อยลูกบอลมวล 100 กรัม จากที่สูง 5 เมตร หลังจากกระทบพื้นแล้วลูกบอลกระดอนขึ้นสูง 1.8 เมตร ลูกบอลใช้เวลาเคลื่อนที่ตั้งแต่เริ่มปล่อยจนกระดอนถึงจุดสูงสุด 2 วินาที จงหา

- ก. การดลที่ลูกบอลได้รับเมื่อกระทบพื้น
- ข. แรงดล
- ค. แรงปฏิกิริยาที่พื้นกระทำกับลูกบอล



ก. การดล $\Delta p = ?$

ให้ทิศทางของการเคลื่อนที่หรือทิศความเร็ว ทิศขึ้นเป็นบวก ลงเป็นลบ

จากรูป การดลหาได้จาก $\Delta p = mv_{\text{หลัง}} - mu_{\text{ก่อน}}$ ---- ① รู้ m หา $u_{\text{ก่อน}}$, $v_{\text{หลัง}}$

หาความเร็วของลูกบอล ก่อนกระทบพื้น $u_{\text{ก่อน}}$

จาก $v^2 = u^2 + 2as$ (คิดตอนเริ่มปล่อยจนถึงกระทบพื้น)

$$u_{\text{ก่อน}}^2 = 0 + 2(10)(5)$$

$$u_{\text{ก่อน}} = 10 \text{ m/s}$$

หาความเร็วของลูกบอลหลังกระทบพื้น $v_{\text{หลัง}}$

จาก $v^2 = u^2 + 2as$ (คิดตอนกระดอนขึ้นจนถึงจุดสูงสุด)

$$0 = v_{\text{หลัง}}^2 + 2(-10)(1.8)$$

$$v_{\text{หลัง}} = 6 \text{ m/s}$$

แทนค่าใน ①, $\Delta p = mv_{\text{หลัง}} - mu_{\text{ก่อน}}$
 $= 0.1(6) - 0.1(-10)$

∴ $\Delta p = 1.6 \text{ kg m/s}$ ทิศขึ้น **Ans**

ข. แรงดล $F = ?$

แรงดล หาได้จาก $F\Delta t = \Delta p$ ---- ① รู้ Δp หา Δt

หาช่วงเวลาที่ลูกบอลกระทบพื้น Δt ได้จากเวลาที่หมดตั้งแต่เริ่มปล่อยจนกระดอนถึงจุดสูงสุด ลบ



ด้วยเวลาก่อนกระทบ t_1 และหลังกระทบ t_2

หาเวลาก่อนกระทบ t_1 ได้จาก $v = u + at$

$$10 = 0 + 10 t_1 \quad (v = u_{\text{ก่อน}} = 10)$$

$$t_1 = 1 \text{ s}$$

หาเวลาหลังกระทบ t_2 ได้จาก $v = u + at$

$$0 = 6 + 10 t_2 \quad (u = v_{\text{หลัง}} = 6)$$

$$t_2 = 0.6 \text{ s}$$

$$\text{ดังนั้น } \Delta t = t_{\text{ทั้งหมด}} - (t_1 + t_2)$$

$$= 2 - (1 + 0.6)$$

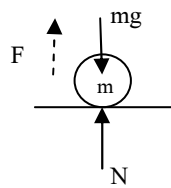
$$\Delta t = 0.4 \text{ s}$$

$$\text{แทนค่าใน ①, } F\Delta t = \Delta p$$

$$F = \Delta p / \Delta t = 1.6 / 0.4$$

$$\therefore F = 4 \text{ N} \text{ ทิศขึ้น } \underline{\text{Ans}}$$

ค. แรงปฏิกิริยาของพื้น $N = ?$



เนื่องจากแรงคล F เป็นแรงลัพธ์ ที่ทำให้วัตถุมีโมเมนตัมเปลี่ยนไป

$$\text{ดังนั้น } F = N - mg$$

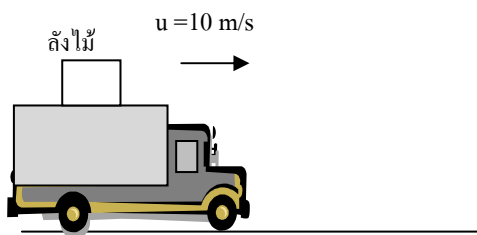
$$N = F + mg$$

$$= 4 + 0.1(10)$$

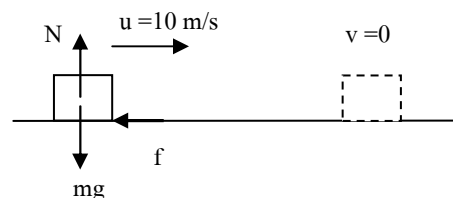
$$\therefore N = 5 \text{ N} \quad \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 6

จากรูป คนขับจะต้องเหยียบเบรคเพื่อให้รถหยุดเป็นเวลาอย่างน้อยที่สุดเท่าไร จึงจะไม่ทำให้สิ่งไม่ไกลไปถ้า สปส. ความเสียดทานระหว่างสิ่งไม่กับพื้นรถเป็น 0.5 และรถกำลังวิ่งด้วยความเร็ว 20 m/s



พิจารณาที่สิ่งไม่





หลังจากเหยียบเบรก ลังไม้จะพยายามไถลไปข้างหน้า เพื่อรักษาสภาพการเคลื่อนที่ ตามกฎข้อที่ 1 ของนิวตัน เนื่องจากมีแรงเสียดทานกระทำ ทำให้ลังไม้ไม่เคลื่อนที่ และขนาดของแรงเสียดทาน จะต้องไม่น้อยกว่า แรงลัพธ์ที่ทำให้ลังไม้เปลี่ยนแปลงโมเมนตัม ลังไม้จึงไม่ไถล

$$\text{จาก } F\Delta t = \Delta p = mv - mu$$

$$f \Delta t = mv - mu$$

$$-\mu mg \Delta t = mv - mu \quad (\text{ค่า } f \text{ เป็นลบ เพราะทิศไปทางซ้าย})$$

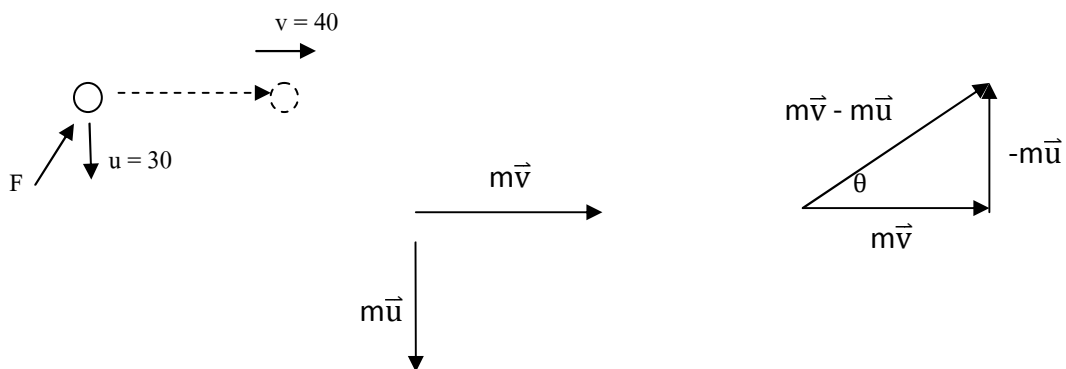
$$\Delta t = (v - u)/(-\mu g) = (0 - 20)/(-0.5(10))$$

$$\therefore \Delta t = 4 \text{ s} \quad \text{Ans}$$

— ลองคิดอีกวิธี ใช้สูตร $F = ma$ ตามกฎข้อ 2 ของนิวตัน และ $v = u + at$ ก็ได้ ลองดู..

ตัวอย่างที่ 7

วัตถุมวล 1 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ไปทางทิศใต้ด้วยความเร็ว 30 m/s มีแรง F มากระทำกับวัตถุนาน 0.2 วินาที ทำให้วัตถุมีความเร็ว 40 m/s ในทิศตะวันออก จงหาการคลและแรงคล F



$$\text{หาการคล จาก } \Delta \vec{p} = m\vec{v} - m\vec{u}$$

เนื่องจากการคลเป็นปริมาณเวกเตอร์ โจทย์ข้อนี้โมเมนตัมก่อนและหลังของวัตถุไม่ได้อยู่ในแนวเดียวกัน จึงไม่สามารถหาการคลแบบรวมโมเมนตัมโดยตรง เหมือน คย.ที่ผ่านมาได้ ดังนั้นจะหาการคลได้โดยการรวมเวกเตอร์ของโมเมนตัมแบบทางต่อหัว

$$\begin{aligned} \text{จากรูป } \Delta p &= \sqrt{(mv)^2 + (mu)^2} \\ &= \sqrt{(1 \times 40)^2 + (1 \times 30)^2} \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta p = 50 \text{ kg m/s} \quad \text{Ans}$$

$$\text{และ } \tan \theta = mu/mv = 30/40 = 0.75$$

$$\therefore \theta = 37^\circ \quad \text{Ans}$$

$$\text{หาแรงคล จาก } F \Delta t = \Delta p$$

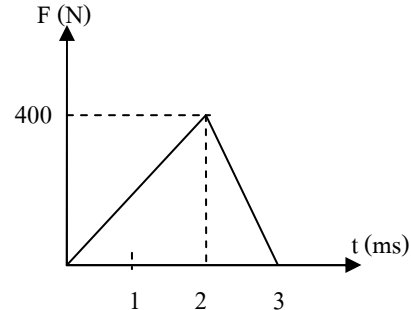
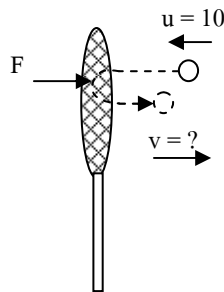
$$F = \Delta p / \Delta t = 50 / (0.2)$$

$$\therefore F = 250 \text{ N} \quad \text{ทิศเดียวกับ } \Delta p \quad \text{Ans}$$



ตัวอย่างที่ 8

ลูกเทนนิสมวล 0.2 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 10 m/s ในแนวระดับ ถูกกรรกรวดสวนกลับด้วยไม้ กราฟระหว่างแรงกับเวลาขณะไม้กระทบลูกเทนนิสแสดงดังรูป อยากรหาอัตราเร็วของลูกเทนนิสหลังถูกตีเป็นเท่าไร



จาก $\Delta p = mv - mu$ (รู้ m, u หา Δp จากกราฟ แล้วหา v ได้)

จากรูป พท. ได้กราฟ F กับ t คือ Δp ($F \Delta t = \Delta p$)

$$\Delta p = \frac{1}{2} (3 \times 10^{-3})(400)$$

$$\Delta p = 0.6 \text{ kg m/s} \quad (\text{เป็นบวก ทิศไปทางขวาเหมือน } F)$$

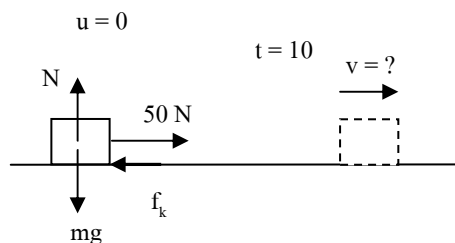
$$\text{แต่ } \Delta p = mv - mu$$

$$\text{แทนค่า จะได้ } 0.6 = 0.2v - 0.2(-10)$$

$$\therefore v = 13 \text{ m/s} \text{ ทิศไปทางขวา } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 9

วัตถุมวล 10 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นซึ่งมี สปส. ความเสียดทานจลน์เป็น 0.2 เมื่อมีแรง 50 N มากระทำ ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในแนวราบ จงหาความเร็วของวัตถุ เมื่อเวลา 10 วินาที



จาก $F \Delta t = \Delta p = mv - mu$ (รู้ m, u, t หา v ได้)

$$\text{แรงลัพธ์ } \nearrow (50 - f_k) \Delta t = mv - mu$$

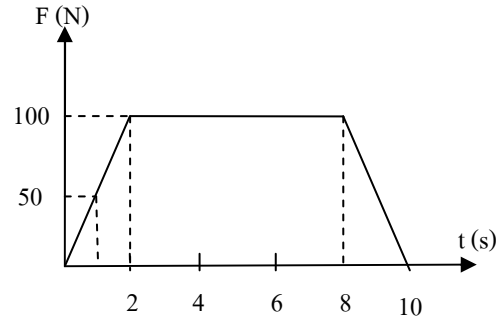
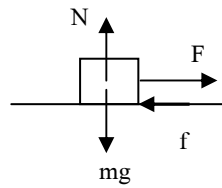
$$(50 - 0.2(10)(10))(10) = 10v - 10(0)$$

$$300 = 10v$$

$$\therefore v = 30 \text{ kg m/s } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 10

ออกแรง F ลากกล่องมวล 10 กิโลกรัม ไปบนพื้นราบที่มีค่า สปส. ความเสียดทานสถิตและจลน์เป็น 0.5 และ 0.3 ตามลำดับ กราฟระหว่างแรง F กับเวลา เป็นดังรูป จงหาอัตราเร็วของกล่องเมื่อเวลา 10 วินาที



โจทย์ข้อนี้ คล้ายกับ ตย. 8 เพียงแต่มีความรู้เรื่องแรงเสียดทานเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย เนื่องจากโจทย์กำหนดมีทั้งแรงเสียดทานสถิต และแรงเสียดทานจลน์ วัตถุจะมีการคลกที่ต่อเมื่อ มีการเคลื่อนที่ไปแล้ว และวัตถุจะเคลื่อนที่ไปได้เมื่อแรง F มากกว่า แรงเสียดทานสถิต f_s และหลังจากเคลื่อนที่ไปแล้วแรงเสียดทานจลน์จึงจะทำงาน

$$\text{หา } f_s \text{ จาก } f_s = \mu_s N = \mu_s mg$$

$$= 0.5 (10)(10)$$

$$f_s = 50 \text{ N}$$

กล่องเริ่มเคลื่อนที่เมื่อ $F \geq f_s$ และจากกราฟ เมื่อ $F = 50 \rightarrow t = 1 \text{ s}$

ดังนั้น เวลาที่กล่องใช้ในการเคลื่อนที่ทั้งหมด $\Delta t = 10 - 1 = 9 \text{ s}$

$$\text{จาก } F_{\text{ลัพธ์}} \Delta t = \Delta p = mv - mu \text{ ---- ①}$$

$$\text{และ } F_{\text{ลัพธ์}} = F - f_k$$

$$\text{ดังนั้น } F_{\text{ลัพธ์}} \Delta t = F \Delta t - f_k \Delta t$$

หา $F \Delta t$ จากพท. ได้กราฟ F กับ t

$$F \Delta t = \frac{1}{2} (150 \times 1) + \frac{1}{2} (100 \times 14) \quad (\text{โดยที่ } \Delta t = 1 \rightarrow 10)$$

$$F \Delta t = 775 \text{ N s}$$

$$\text{และหา } f_k \Delta t \text{ ได้จาก } f_k \Delta t = (\mu_k N) \Delta t = (\mu_k mg) \Delta t$$

$$= (0.3 \times 10 \times 10)(9)$$

$$f_k \Delta t = 270 \text{ N s}$$

$$\text{ดังนั้น } F_{\text{ลัพธ์}} \Delta t = 775 - 270 = 505 \text{ N s}$$

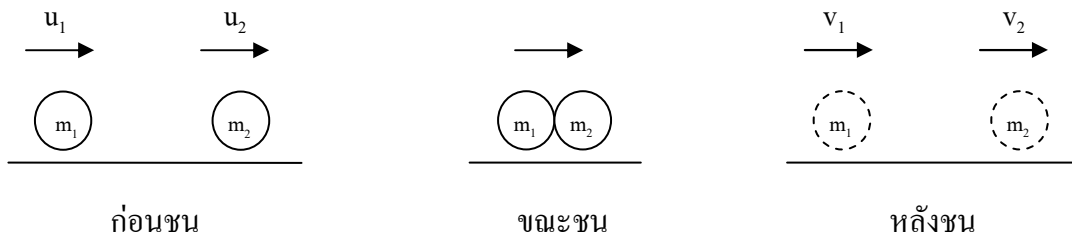
$$\text{แทนค่าใน ① จะได้ } 505 = 10v - 10(0)$$

$$\therefore v = 50.5 \text{ m/s} \quad \underline{\text{Ans}}$$



6.3 กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

“ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชน เท่ากับ ผลรวมของโมเมนตัมหลังชน”



$$\Sigma \mathbf{p}_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma \mathbf{p}_{\text{หลังชน}}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

- โมเมนตัม รวมกันแบบเวกเตอร์ คิดทิศทางด้วย
- ให้สมมุติทิศทางความเร็วไปทางขวาเป็นบวก ซ้ายเป็นลบ ก่อนแทนค่าในสมการ

6.4 การชน

6.4.1 การชนแบบยืดหยุ่น

มีเงื่อนไขดังนี้

1. ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชน = ผลรวมของโมเมนตัมหลังชน (ตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม)

$$\Sigma \mathbf{p}_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma \mathbf{p}_{\text{หลังชน}}$$

2. ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนชน = ผลรวมของพลังงานจลน์หลังชน

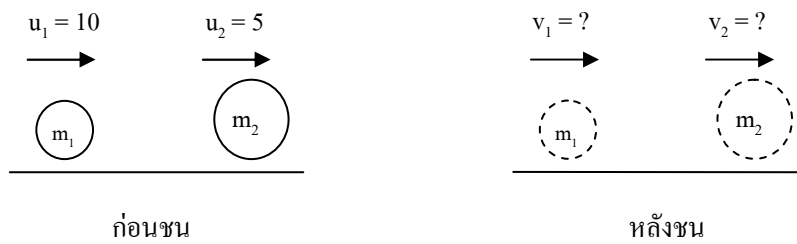
$$\Sigma E_{k\text{ก่อนชน}} = \Sigma E_{k\text{หลังชน}}$$

ถ้าชนกันในแนวตรง --> $u_1 + v_1 = u_2 + v_2$



ตัวอย่างที่ 11

วัตถุมวล 1 กิโลกรัม วิ่งด้วยความเร็ว 10 m/s เข้าชนวัตถุมวล 2 กิโลกรัม ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 5 m/s ในทิศทางเดียวกัน ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่นจงหาความเร็วของวัตถุทั้งสองหลังการชน



ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

การชนเป็นแบบยืดหยุ่น และชนในแนวตรง

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$1(10) + 2(5) = 1(v_1) + 2(v_2)$$

$$20 = v_1 + 2v_2 \text{ ---- ①}$$

ชนแนวตรง จะได้

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2$$

$$10 + v_1 = 5 + v_2$$

$$5 = v_2 - v_1 \text{ ---- ②}$$

2 สมการ 2 ตัวแปร แก้สมการโดย

$$\text{①} + \text{②}, \quad 3v_2 = 25$$

$$\therefore v_2 = 8.33 \text{ m/s} \text{ ทิศทางขวามือ (เป็นบวกตามสมมติ) } \underline{\text{Ans}}$$

$$\text{และจาก ②}, \quad v_1 = v_2 - 5 = 8.33 - 5$$

$$\therefore v_1 = 3.33 \text{ m/s} \text{ ทิศทางขวามือ } \underline{\text{Ans}}$$

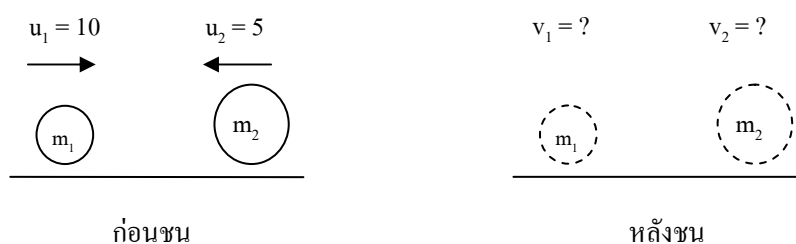
ตัวอย่างที่ 12

จากตัวอย่างที่ 11 จงหาความเร็วของวัตถุทั้งสอง หลังการชนเมื่อ

ก. วัตถุทั้งสองวิ่งสวนทางกัน

ข. วัตถุมวล 1 กิโลกรัม วิ่งเข้าชนมวล 2 กิโลกรัม ซึ่งอยู่นิ่ง

ก. วิ่งสวนทางกัน $v_1, v_2 = ?$





ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$1(10) + 2(-5) = 1(v_1) + 2(v_2)$$

$$0 = v_1 + 2 v_2 \text{ ----} \textcircled{1}$$

ชนแนวตรง จะได้

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2$$

$$10 + v_1 = -5 + v_2$$

$$15 = v_2 - v_1 \text{ ----} \textcircled{2}$$

2 สมการ 2 ตัวแปร แก้สมการโดย

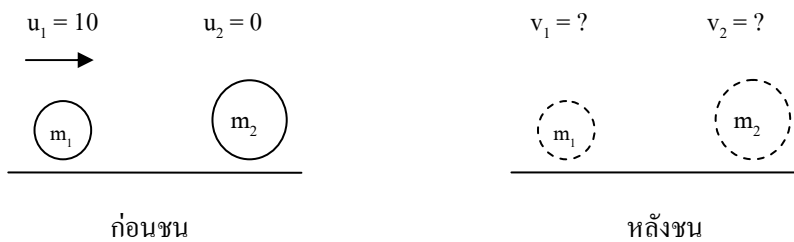
$$\textcircled{1} + \textcircled{2}, \quad 3 v_2 = 15$$

$$\therefore v_2 = 5.0 \text{ m/s} \text{ ทิศทางขวามือ (เป็นบวกตามสมมติ) } \underline{\text{Ans}}$$

$$\text{และจาก } \textcircled{2}, \quad v_1 = v_2 - 15 = 5 - 15$$

$$\therefore v_1 = -10 \text{ m/s} \text{ ทิศทางซ้ายมือ (เป็นลบ) } \underline{\text{Ans}}$$

ข. $u_2 = 0$, $v_1, v_2 = ?$



ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$1(10) + 2(0) = 1(v_1) + 2(v_2)$$

$$10 = v_1 + 2 v_2 \text{ ----} \textcircled{1}$$

ชนแนวตรง จะได้

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2$$

$$10 + v_1 = 0 + v_2$$

$$10 = v_2 - v_1 \text{ ----} \textcircled{2}$$

2 สมการ 2 ตัวแปร แก้สมการโดย

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}, \quad 3 v_2 = 20$$

$$\therefore v_2 = 6.67 \text{ m/s} \text{ ทิศทางขวามือ (เป็นบวกตามสมมติ) } \underline{\text{Ans}}$$

$$\text{และจาก } \textcircled{2}, \quad v_1 = v_2 - 10 = 6.67 - 10$$

$$\therefore v_1 = -3.33 \text{ m/s} \text{ ทิศทางซ้ายมือ (เป็นลบ) } \underline{\text{Ans}}$$



6.4.2 การชนแบบไม่ยืดหยุ่น

มีเงื่อนไขดังนี้

1. ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชน = ผลรวมของโมเมนตัมหลังชน

$$\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$$

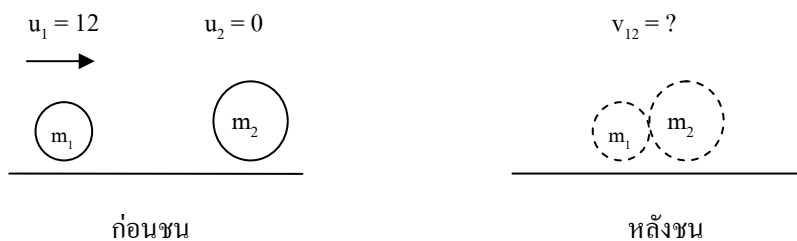
2. ผลรวมของพลังงานจลน์ก่อนชน \neq ผลรวมของพลังงานจลน์หลังชน

$$\Sigma E_{k\text{ก่อนชน}} \neq \Sigma E_{k\text{หลังชน}}$$

- พลังงานจลน์จะถูกเปลี่ยนเป็นพลังงานรูปอื่น หรือเป็นงานของแรงเสียดทาน
- การชนกัน แล้วหลังชนติดกันไป หรือรูปร่างเปลี่ยน หรือการระเบิด เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น

ตัวอย่างที่ 13

มวล $m_1 = 2 \text{ kg}$ วิ่งด้วยความเร็ว 12 m/s เข้าชนมวล $m_2 = 4 \text{ kg}$ ซึ่งอยู่นิ่ง หลังจากชนกันแล้วมวลทั้งสองเคลื่อนที่ติดไปด้วยกัน อยากทราบว่าพลังงานจลน์ของระบบเปลี่ยนไปเท่าใด และเป็นการชนแบบยืดหยุ่นหรือไม่



ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{12}$$

$$2(12) + 4(0) = (2+4) v_{12}$$

$$\therefore v_{12} = 4.0 \text{ m/s} \text{ ทิศทางขวามือ } \underline{\text{Ans}}$$

$$\begin{aligned} \text{หาพลังงานจลน์ก่อนชน จาก } \Sigma E_{\text{ก่อนชน}} &= \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \\ &= \frac{1}{2} (2)(12^2) + 0 \end{aligned}$$

$$\Sigma E_{\text{ก่อนชน}} = 144 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \text{หาพลังงานจลน์หลังชน จาก } \Sigma E_{\text{หลังชน}} &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{12}^2 \\ &= \frac{1}{2} (2+4)(4^2) \end{aligned}$$

$$\Sigma E_{\text{หลังชน}} = 48 \text{ J}$$

$$\text{พลังงานจลน์ของระบบ เปลี่ยนไป} = \Sigma E_{\text{หลังชน}} - \Sigma E_{\text{ก่อนชน}}$$



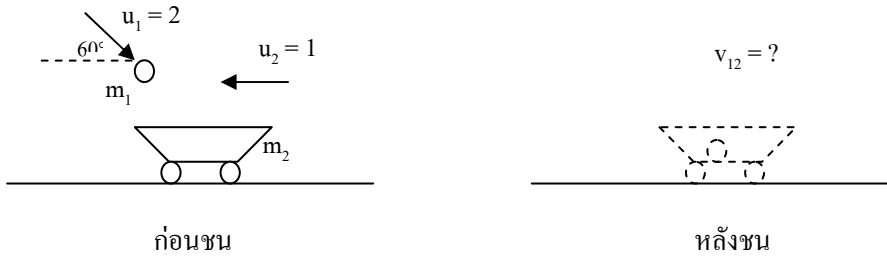
$$= 48 - 144$$

$$= -96 \text{ J} \quad \text{Ans}$$

$\Sigma E_{\text{ก่อนชน}} \neq \Sigma E_{\text{หลังชน}} \quad \therefore$ เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น **Ans**

ตัวอย่างที่ 14

โยนส้อมมวล 1 กิโลกรัม ด้วยความเร็ว 2 m/s ทำมุม 60° กับแนวระดับ เข้าไปในรถรางมวล 4 กิโลกรัม ที่วิ่งสวนทางมาในแนวระดับด้วยความเร็ว 1 m/s อยากทราบความเร็วของรถราง หลังจากส้อมตกลงสู่รถราง



ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{12}$$

พิจารณา การเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$$m_1 u_1 \cos 60 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v_{12}$$

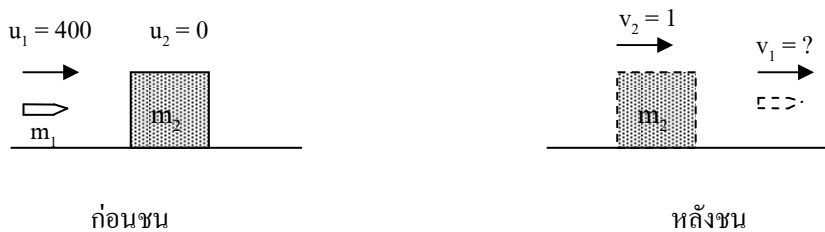
$$1(2)(1/2) + 4(-1) = (1+4) v_{12}$$

$$-3 = 5 v_{12}$$

$$\therefore v_{12} = -0.6 \text{ m/s} \quad \text{ทิศทางซ้ายมือ} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 15

ยิงลูกปืนมวล 50 กรัม ด้วยความเร็ว 400 m/s เข้าชนแท่งไม้มวล 2 kg ซึ่งวางอยู่บนพื้นในแนวระดับ ลูกปืนทะลุแท่งไม้ออกไปทันที ทำให้แท่งไม้มีความเร็ว 1 m/s ความเร็วของลูกปืนหลังทะลุแท่งไม้เป็นเท่าไร



ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$0.05(400) + 2(0) = 0.05 v_1 + 2(1)$$

$$18 = 0.05 v_1$$

$$\therefore v_1 = 360 \text{ m/s} \quad \text{ทิศทางขวามือ} \quad \text{Ans}$$



ตัวอย่างที่ 16

ยิงปืนออกไปในแนวระดับ ถ้าความเร็วของลูกปืนขณะกำลังออกจากลำกล้องเป็น 800 m/s และมวลของลูกปืนและปืนเป็น 20 g และ 1000 g ตามลำดับ จงหาความเร็วของปืนหลังการยิง และพลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไป



การยิงปืน เหมือนการระเบิด เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น
ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\sum p_{\text{ก่อนยิง}} = \sum p_{\text{หลังยิง}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$0.02(0) + 1(0) = 0.02(800) + 1(v_2)$$

$$\therefore v_2 = -16 \text{ m/s} \text{ ทิศทางซ้ายมือ } \underline{\text{Ans}}$$

หาพลังงานจลน์ก่อนยิง จาก $\sum E_{\text{ก่อนยิง}} = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$

$$= 0 \quad (u_1 = u_2 = 0)$$

$$\sum E_{\text{ก่อนยิง}} = 0 \text{ J}$$

หาพลังงานจลน์หลังยิง จาก $\sum E_{\text{หลังยิง}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

$$= \frac{1}{2} (0.02)(800^2) + \frac{1}{2} (1)(-16)^2$$

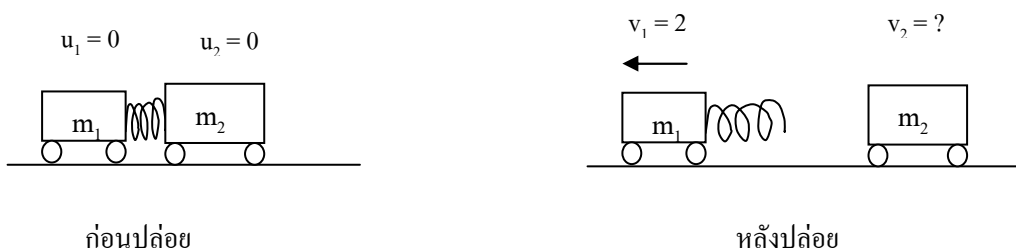
$$\sum E_{\text{หลังยิง}} = 6528 \text{ J}$$

พลังงานจลน์ของระบบ เปลี่ยนไป $= \sum E_{\text{หลังยิง}} - \sum E_{\text{ก่อนยิง}}$

$$= 6528 - 0$$
$$= 6528 \text{ J } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 17

รถทดลอง 2 คัน มวล 1 kg และ 2 kg นำมากดอัดเข้าด้วยกัน โดยมีสปริงขึ้นระหว่างกลาง เมื่อปล่อยให้เคลื่อนที่โดยอิสระ รถมวล 1 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2 m/s รถมวล 2 kg จะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่าใด





ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

$$\text{จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม } \Sigma p_{\text{ก่อนปล่อย}} = \Sigma p_{\text{หลังปล่อย}}$$

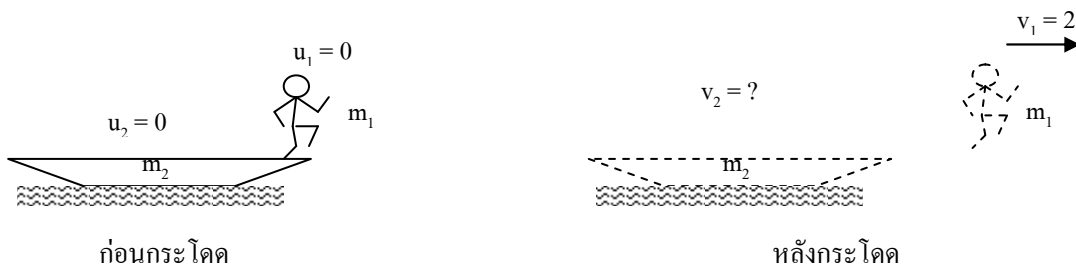
$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$1(0) + 2(0) = 1(-2) + 2(v_2)$$

$$\therefore v_2 = 1 \text{ m/s ทิศทางขวามือ } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 18

เด็กชาย A มวล 40 kg ยืนอยู่บนหัวเรือซึ่งจอดนิ่งกลางน้ำ ถ้าเขาพุ่งตัวจากเรือลงน้ำด้วยความเร็ว 2 m/s เรือจะเคลื่อนที่อย่างไร กำหนดมวลของเรือเท่ากับ 100 kg



ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

$$\text{จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม } \Sigma p_{\text{ก่อนกระโดด}} = \Sigma p_{\text{หลังกระโดด}}$$

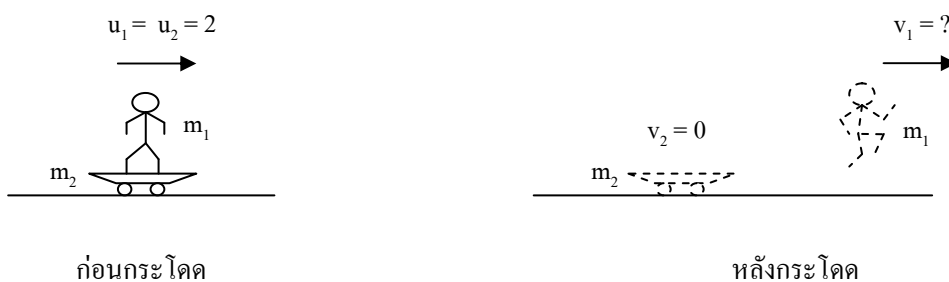
$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$40(0) + 100(0) = 40(2) + 100(v_2)$$

$$\therefore v_2 = -0.8 \text{ m/s ทิศทางซ้ายมือ } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 19

เด็กคนหนึ่ง มวล 50 kg อยู่บนสเก็ตบอร์ดมวล 5 kg ซึ่งเคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยความเร็ว 2 m/s บนพื้นราบ ถ้าเขาต้องการให้สเก็ตบอร์ดหยุดในทันที เขาจะต้องกระโดดลงจากสเก็ตบอร์ดอย่างไร



ให้ทิศความเร็ว ไปทางขวามือเป็นบวก

$$\text{จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม } \Sigma p_{\text{ก่อนกระโดด}} = \Sigma p_{\text{หลังกระโดด}}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$



$$50(2) + 5(2) = 50(v_1) + 5(0) \quad (\text{สมมติกระโดด ไปทางขวามือ})$$

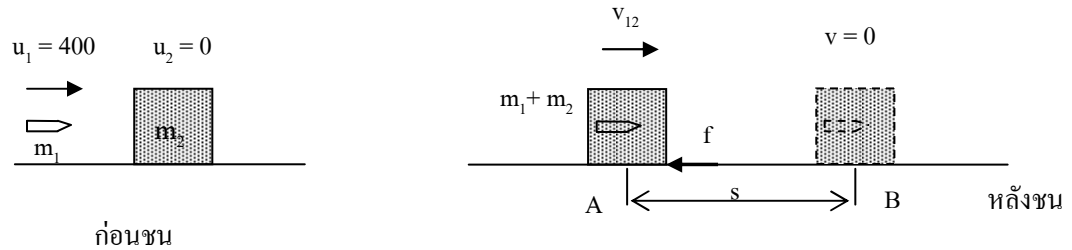
$$110 = 50 v_1$$

$$\therefore v_1 = 2.2 \text{ m/s} \quad \text{ทิศทางขวามือ (ตามสมมติ) } \underline{\text{Ans}}$$

โจทย์ตัวอย่าง ที่เกี่ยวข้องกับโมเมนตัม และพลังงาน

ตัวอย่างที่ 20

ยิงลูกปืนมวล 10 g ด้วยความเร็ว 400 m/s เข้าไปฝังในแท่งไม้มวล 2 kg ที่วางอยู่บนโต๊ะฝืดมีค่า สปส.ความเสียดทานเป็น 0.2 แท่งไม้จะเคลื่อนที่ไปได้ไกลที่สุดเท่าใด



จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{12}$$

$$0.01(400) + 2(0) = (0.01 + 2) v_{12}$$

$$4 = 2.01 v_{12}$$

$$\therefore v_{12} = 2 \text{ m/s}$$

หลังจากชนกัน แท่งไม้และลูกปืนเคลื่อนที่ไปบนพื้นฝืด ได้ระยะทาง s จึงหยุด แสดงว่าพลังงานจลน์ที่ตำแหน่ง A ได้สูญเสียให้กับงานของแรงเสียดทานจาก A ไป B

พิจารณา จาก A --> B

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\Sigma E_A - W_{A \rightarrow B} = \Sigma E_B$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{12}^2 - f s = 0$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{12}^2 - \mu(m_1 + m_2) g s = 0$$

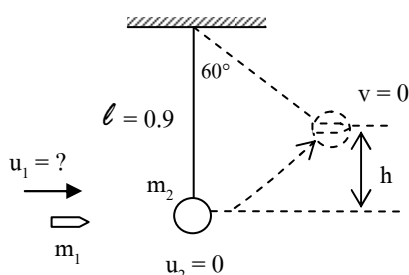
$$s = \frac{1}{2} v_{12}^2 / (\mu g)$$

$$= \frac{1}{2} (2^2) / (0.2 \times 10)$$

$$\therefore s = 1.0 \text{ m} \quad \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 21

ยิงลูกปืนมวล 20 g ในแนวระดับ ชนเป้ามวล 1 kg และฝังเข้าไป โดยที่เป้าแขวนอยู่กับเส้นเชือกเบายาว 0.9 m ปรากฏว่าเป้าแกว่งขึ้นไปสูงสุดเมื่อเส้นเชือกทำมุม 60° กับแนวดิ่ง จงหาความเร็วของลูกปืนก่อนชนเป้า





จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{12} \quad (v_{12} = \text{ความเร็วเป้าและลูกปืนหลังชน})$$

$$0.02(u_1) + 1(0) = (0.02 + 1) v_{12}$$

$$0.02 u_1 = 1.02 v_{12} \quad \text{---- ①}$$

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\Sigma E_1 = \Sigma E_2$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{12}^2 = (m_1 + m_2) gh$$

$$v_{12}^2 = 2gh = 2g(\ell - \ell \cos 60)$$

$$v_{12}^2 = 2(10)(0.9 - 0.9(1/2))$$

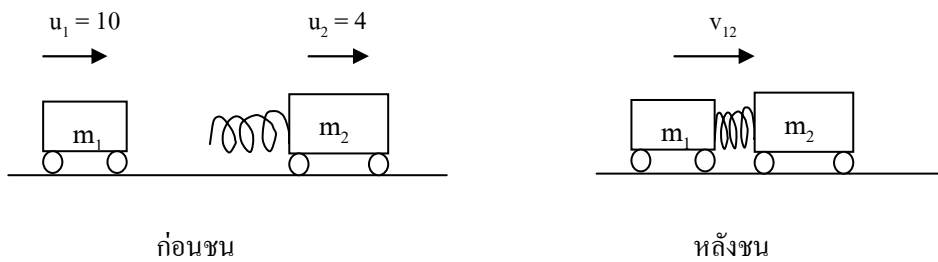
$$\therefore v_{12} = \sqrt{9} = 3.0 \text{ m/s}$$

แทนค่า v_{12} ใน ①, $0.02 u_1 = 1.02 (3)$

$$\therefore u_1 = 153 \text{ m/s} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 22

มวล 2 kg และ 6 kg เคลื่อนที่ตามกันบนพื้นราบลื่นด้วยความเร็ว 10 m/s และ 4 m/s ตามลำดับดังรูป หลังจากชนกันจะทำให้สปริงหดตัวไปมากที่สุดเท่าใด เมื่อสปริงมีค่า $k = 3400 \text{ N/m}$



หาความเร็วหลังชนของมวลทั้งสอง

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{12} \quad (v_{12} = \text{ความเร็วของมวลทั้งสองหลังชน})$$

$$2(10) + 6(4) = (2 + 6) v_{12}$$

$$v_{12} = 5.5 \text{ m/s}$$

พลังงานจลน์ก่อนชน

$$\begin{aligned} \Sigma E_{\text{ก่อนชน}} &= \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \\ &= \frac{1}{2} (2)(10^2) + \frac{1}{2} (6)(4^2) \end{aligned}$$

$$\Sigma E_{\text{ก่อนชน}} = 148 \text{ J}$$

พลังงานจลน์หลังชน จาก

$$\begin{aligned} \Sigma E_{\text{หลังชน}} &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{12}^2 \\ &= \frac{1}{2} (2 + 6)(5.5^2) \end{aligned}$$

$$\Sigma E_{\text{หลังชน}} = 121 \text{ J}$$

จะเห็นได้ว่า พลังงานจลน์ของระบบหลังชนจะลดลง โดยมีพลังงานส่วนหนึ่ง เปลี่ยนเป็นพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง



ดังนั้น

$$\Sigma E_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma E_{\text{หลังชน}} + E_p$$

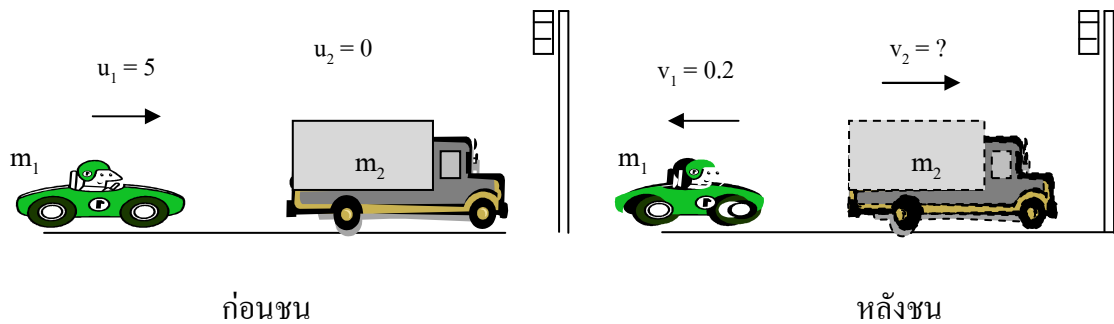
$$148 = 121 + \frac{1}{2} kx^2$$

$$x^2 = 0.01$$

$$\therefore x = 0.1 \text{ m} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 23

รถแข่งมวล 1000 kg เบรกแตกวิ่งด้วยความเร็ว 5 m/s พุ่งชนรถบรรทุกมวล 2000 kg ซึ่งจอดติดไฟแดงอยู่ที่สี่แยก หลังชนรถแข่งกระเด็นถอยหลังด้วยความเร็ว 0.2 m/s อยากทราบว่ารถบรรทุกจะเคลื่อนที่ไปได้ไกลสุดเท่าไร ถ้า สปส.ความเสียดทานระหว่างถนนกับล้อรถเป็น 0.26



หาความเร็วหลังชนของรถบรรทุก

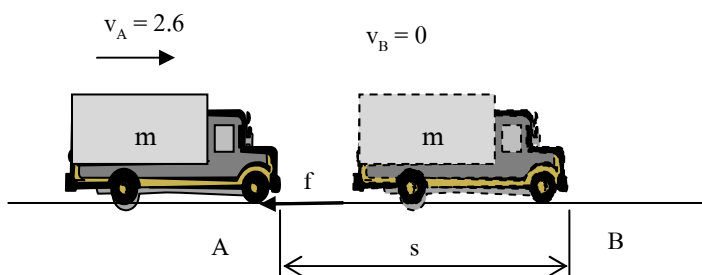
จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$1000(5) + 2000(0) = 1000(-0.2) + 2000(v_2)$$

$$v_2 = 2.6 \text{ m/s} \text{ ไปทางขวามือ}$$

พิจารณาที่รถบรรทุกหลังถูกชน



การเคลื่อนที่จาก A --> B พลังงานรวมที่ตำแหน่ง A จะสูญเสียให้กับงานเนื่องจากแรงเสียดทาน จาก A --> B ทำให้รถหยุดที่ B



จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\Sigma E_A - W_{A \rightarrow B} = \Sigma E_B$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - f s = 0$$

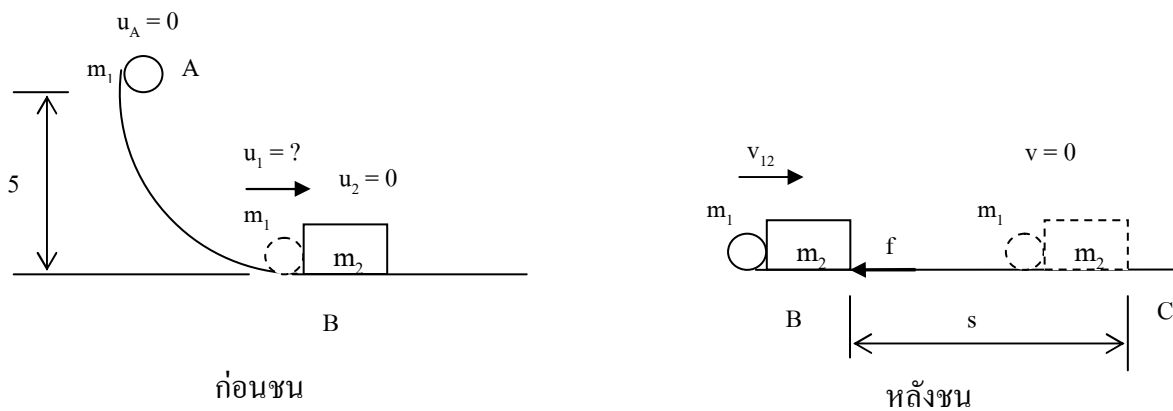
$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \mu m g s = 0$$

$$s = \frac{1}{2} (2.6)^2 / (0.26 \times 10)$$

$$\therefore s = 1.3 \text{ m} \quad \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 24

ปล่อยวัตถุทรงกลมมวล 5 kg จากที่สูง 5 m ให้เคลื่อนที่ลงตามรางโค้งลื่นดังรูป วัตถุเข้าชนมวล 15 kg ที่วางนิ่งอยู่บนพื้นราบที่มี สปส. ความเสียดทานเท่ากับ 0.5 หลังชนวัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ไปด้วยกันได้ไกลสุดเป็นระยะเท่าไร



หาความเร็วของมวล m_1 ก่อนชนมวล m_2 ได้จาก

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\Sigma E_A = \Sigma E_B$

$$mgh = \frac{1}{2} m u_1^2$$

$$u_1^2 = 2gh = 2(10)(5)$$

$$u_1 = 10 \text{ m/s}$$

หาความเร็วหลังชนของมวลทั้งสอง

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{12}$$

$$5(10) + 15(0) = (5 + 15) v_{12}$$

$$v_{12} = 2.5 \text{ m/s}$$

หลังชนกัน มวลทั้งสองเคลื่อนที่ไปบนพื้นฝืดได้ไกล s เมตร

การเคลื่อนที่จาก B \rightarrow C พลังงานรวมที่ตำแหน่ง B จะสูญเสียให้กับงานเนื่องจากแรงเสียดทาน

จาก B \rightarrow C ทำให้วัตถุหยุดที่ C

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\Sigma E_B - W_{B \rightarrow C} = \Sigma E_C$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - f s = 0$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{12}^2 - \mu (m_1 + m_2) g s = 0$$

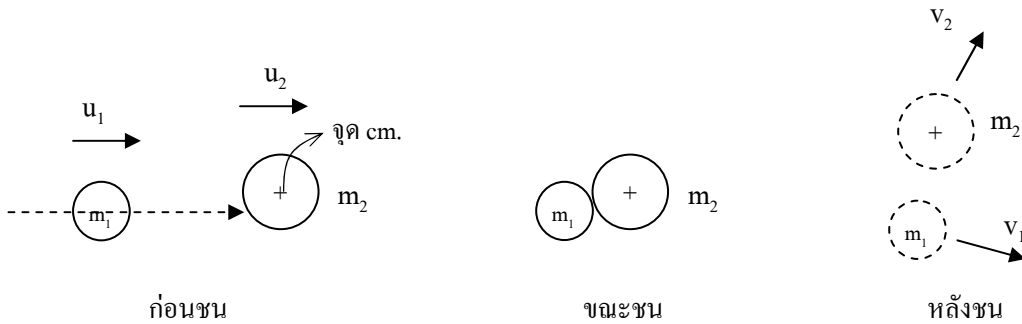
$$s = \frac{1}{2} (2.5)^2 / (0.5 \times 10)$$



$$\therefore s = 0.625 \text{ m} \quad \underline{\text{Ans}}$$

6.5 การชนใน 2 มิติ

เป็นการชนของวัตถุโดยแนวการชนไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล (cm.) ทำให้แนวการเคลื่อนที่หลังชน ไม่อยู่ในแนวเดียวกัน



สามารถใช้กฎการอนุรักษ์โมเมนตัมได้คือ

$$\Sigma \mathbf{p}_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma \mathbf{p}_{\text{หลังชน}}$$

และถ้าเป็นการชนแบบยืดหยุ่น

$$\Sigma E_{k\text{ก่อนชน}} = \Sigma E_{k\text{หลังชน}}$$

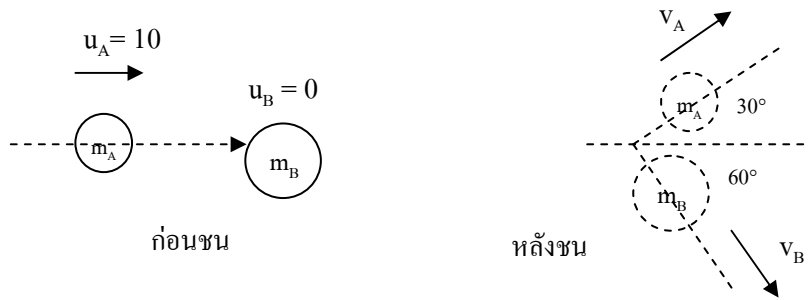
- การรวมกันของโมเมนตัม รวมกันแบบเวกเตอร์ (หางต่อหัว) หรือ อาจแตกโมเมนตัมออกไปในแนวแกน x และ y แล้วรวมกันทีละแกนจะได้

$$\begin{aligned} \Sigma p_{x\text{ก่อนชน}} &= \Sigma p_{x\text{หลังชน}} \\ \text{และ} \quad \Sigma p_{y\text{ก่อนชน}} &= \Sigma p_{y\text{หลังชน}} \end{aligned}$$

- พลังงานจลน์เป็นปริมาณสเกลาร์ รวมกันได้เลยไม่คิดทิศทาง

ตัวอย่างที่ 25

วัตถุ A มวล m วิ่งด้วยความเร็ว 10 m/s เข้าชนวัตถุ B มวล 2 m ซึ่งวางนิ่งบนพื้นราบโดยไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล ทำให้วัตถุ A กระเด็นเบี่ยงไปจากแนวเดิม 30° และวัตถุ B กระเด็นทำมุม 60° กับแนวเดิมของ A อยากรหาว่า ความเร็วของวัตถุ A และ B หลังการชนเป็นเท่าไร



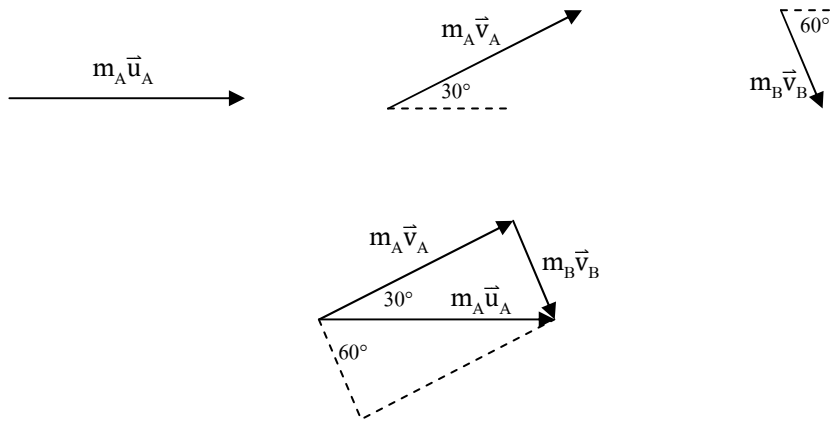
เป็นการชนแบบสองมิติ

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\sum p_{\text{ก่อนชน}} = \sum p_{\text{หลังชน}}$

$$m_A \vec{u}_A + m_B \vec{u}_B = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$$

$$m_A \vec{u}_A = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$$

วิธีที่ 1 วาดรูปแสดงการรวมโมเมนตัม แบบเวกเตอร์



เนื่องจาก รู้ขนาดของ $m_A u_A$

จากรูปสามารถหาขนาด ของโมเมนตัม ได้ดังนี้

$$m_A u_A \cos 30 = m_A v_A$$

$$v_A = u_A \cos 30$$

$$= 10 (\sqrt{3}/2)$$

$$\therefore v_A = 5\sqrt{3} \quad \text{m/s} \quad \text{Ans}$$

และ $m_A u_A \sin 30 = m_B v_B$

$$v_B = (m_A/m_B) u_A \sin 30$$

$$= (1/2) (10)(1/2)$$

$$\therefore v_B = 2.5 \quad \text{m/s} \quad \text{Ans}$$

วิธีที่ 2 แยกโมเมนตัมออกในแนวแกน x และ y แล้วรวมกันในแนว x และ y

แกน x $\sum p_{x\text{ก่อนชน}} = m_A u_A + m_B u_B$

$$= m(10)$$



$$\begin{aligned}\Sigma p_{x\text{หลังชน}} &= m_A v_A \cos 30 + m_B v_B \cos 60 \\ &= m v_A (\sqrt{3}/2) + 2m v_B (1/2) \\ &= (\sqrt{3}/2) m v_A + m v_B\end{aligned}$$

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{x\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{x\text{หลังชน}}$

$$\begin{aligned}m(10) &= (\sqrt{3}/2) m v_A + m v_B \\ 10 &= (\sqrt{3}/2) v_A + v_B \quad \text{--- ①}\end{aligned}$$

แกน y $\Sigma p_{y\text{ก่อนชน}} = 0$

$$\begin{aligned}\Sigma p_{y\text{หลังชน}} &= m_A v_A \sin 30 - m_B v_B \sin 60 \\ &= m v_A (1/2) - 2m v_B (\sqrt{3}/2) \\ &= (1/2) m v_A - \sqrt{3} m v_B\end{aligned}$$

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{y\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{y\text{หลังชน}}$

$$0 = (1/2) m v_A - \sqrt{3} m v_B$$

$$v_A = 2\sqrt{3} v_B$$

แทนค่า v_A ใน ①, $10 = (\sqrt{3}/2) (2\sqrt{3} v_B) + v_B$

$$v_B = 10/4$$

$$\therefore v_B = 2.5 \quad \text{m/s} \quad \text{Ans}$$

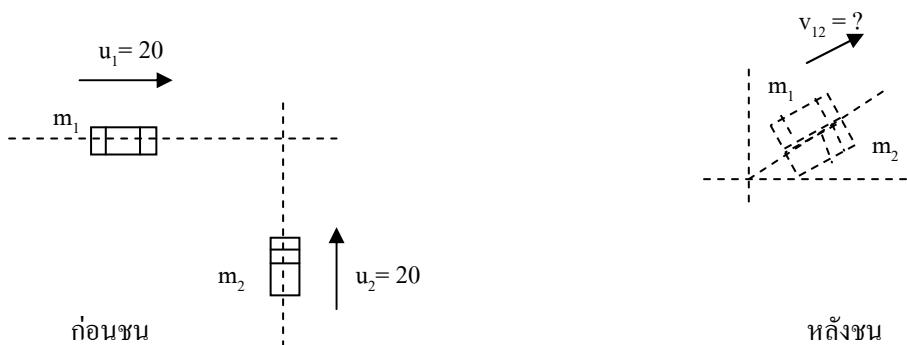
และ $v_1 = 2\sqrt{3} v_2$

$$v_1 = 2\sqrt{3} (2.5)$$

$$\therefore v_1 = 5\sqrt{3} \quad \text{m/s} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 26

รถถังมวล 1500 kg วิ่งไปทางทิศตะวันออก ผ่านสี่แยกด้วยความเร็ว 20 m/s บังเอิญมีรถปิ๊กอัพ มวล 2000 kg วิ่งฝ่าไฟแดง ไปทางทิศเหนือด้วยความเร็วเท่ากัน รถทั้งสองชนกันตรงสี่แยกพอดี แล้วเคลื่อนที่ติดไปด้วยกัน อยากรทราบความเร็วของรถหลังชนกัน



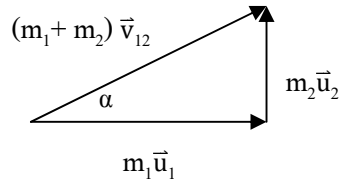
จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนชน}} = \Sigma p_{\text{หลังชน}}$

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}_{12}$$



วาดรูปแสดงการรวมโมเมนตัม แบบเวกเตอร์



เนื่องจาก รู้ขนาดของ m_1u_1 และ m_2u_2

จากรูปสามารถหาขนาด ของโมเมนตัม $(m_1 + m_2) v_{12}$ ได้ดังนี้

$$((m_1 + m_2) v_{12})^2 = (m_1 u_1)^2 + (m_2 u_2)^2$$

$$((1500 + 2000) v_{12})^2 = (1500 \times 20)^2 + (2000 \times 20)^2$$

$$v_{12} = (5 \times 10^4) / 3500$$

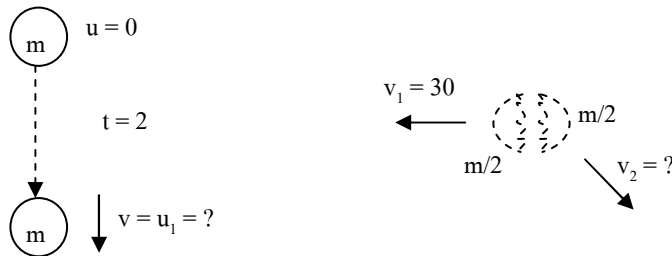
$$\therefore v_{12} = 14.2 \text{ m/s} \quad \text{Ans}$$

$$\tan \alpha = m_2 u_2 / m_1 u_1 = 2000 / 1500 = 4/3$$

$$\therefore \alpha = 53^\circ \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 27

ปล่อยลูกกระบอกปืนจากที่สูงหลังจากผ่านไป 2 วินาที ลูกกระบอกระเบิดขึ้นเป็นสองส่วนเท่ากัน โดยส่วนแรกกระเด็นไปในแนวระดับด้วยความเร็ว 30 m/s อยากรทราบว่าอีกส่วนหนึ่งจะมีความเร็วเท่าใด



ก่อนระเบิด

หลังระเบิด

หาความเร็วก่อนระเบิด u_1 เมื่อเวลา $t = 2 \text{ s}$

$$\text{จาก } v = u + at$$

$$u_1 = 0 + 10(2)$$

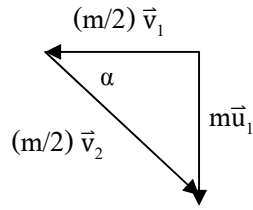
$$u_1 = 20 \text{ m/s}$$

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\sum p_{\text{ก่อนระเบิด}} = \sum p_{\text{หลังระเบิด}}$

$$m\vec{u}_1 = (m/2)\vec{v}_1 + (m/2)\vec{v}_2$$



วาดรูปแสดงการรวมโมเมนตัม แบบเวกเตอร์



เนื่องจาก รู้ขนาดของ u_1 และ v_1

จากรูปสามารถหาขนาด ของ v_2 ได้ดังนี้

$$(v_2/2)^2 = (u_1)^2 + (v_1/2)^2$$

$$(v_2/2)^2 = (20)^2 + (30/2)^2$$

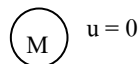
$$\therefore v_2 = 50 \quad \text{m/s} \quad \text{Ans}$$

$$\tan \alpha = \frac{m u_1}{((m/2)v_1)} = \frac{2(20)}{30} = 4/3$$

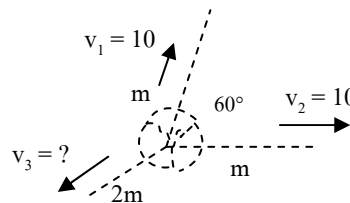
$$\therefore \alpha = 53^\circ \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 28

ลูกระเบิดน้อยหน้า วางอยู่นิ่งแล้วเกิดระเบิดออกเป็น 3 ส่วน โดยสองส่วนมีมวลเท่ากันกระจายทำมุม 60° ซึ่งกันและกัน และมีอัตราเร็ว 10 m/s ส่วนที่สามมีมวลเป็นสองเท่าของมวลสองส่วนแรกแต่ละส่วน อัตราเร็วของมวลส่วนที่สามทันทีหลังระเบิดเป็นเท่าไร



ก่อนระเบิด



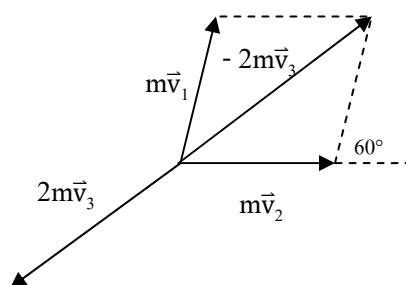
หลังระเบิด

จากกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม $\Sigma p_{\text{ก่อนระเบิด}} = \Sigma p_{\text{หลังระเบิด}}$

$$M\vec{u} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + 2m\vec{v}_3$$

$$0 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + 2m\vec{v}_3$$

วาดรูปแสดงการรวมโมเมนตัม แบบเวกเตอร์



จากรูป แสดงว่าผลรวมโมเมนตัมของมวล สองส่วนแรก มีขนาดเท่ากับ โมเมนตัมของมวลส่วนที่สาม แต่มีทิศตรงข้ามกันจึงทำให้ $\Sigma p_{\text{หลังระเบิด}} = 0 = \Sigma p_{\text{ก่อนระเบิด}}$



เนื่องจาก รั้วขนาดของ v_1 และ v_2

จากรูปสามารถหาขนาด ของ v_3 ได้ดังนี้

$$\text{จาก } R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$2v_3 = \sqrt{v_2^2 + v_1^2 + 2v_2v_1\cos 60}$$

$$2v_3 = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2(10)(10)\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$2v_3 = \sqrt{300}$$

$$\therefore v_3 = 5\sqrt{3} \quad \text{m/s} \quad \text{Ans}$$

**“ถ้าอยากเป็นจอมยุทธ ผู้ชนะสิบทิศ ก็ให้หมั่นฝึกฝน
ทบทวนตำรา แต่ถ้าพอใจเป็นแค่ทหารเลวปลายแถว ก็
จงชี้เกียดต่อไปเถิด”**