โรงเรียนดีดี

ที่พึ่งทางการศึกษา ช่วยไขปัญหาให้ทุกคน SchoolDD.com

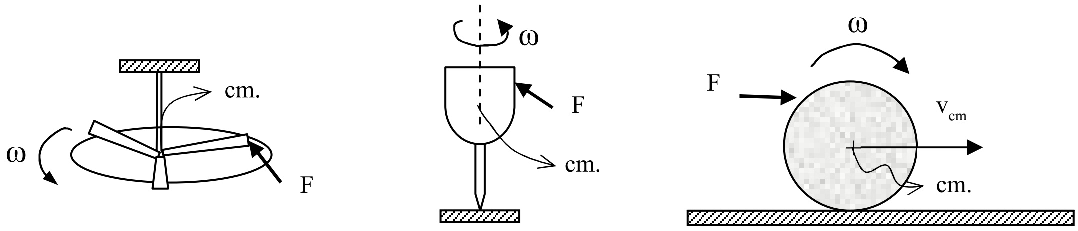
บทที่ 7

การเคลื่อนที่แบบหมุน

บทที่ 7

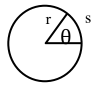
การเคลื่อนที่แบบหมุน

- **การหมุน** เกิดขึ้นเมื่อมีแรงกระทำกับวัตถุโดยแนวแรงไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล วัตถุหมุนอยู่กับที่ เช่น การหมุนของพัดลม ลูกข่าง หรือหมุนไปด้วยและเปลี่ยนตำแหน่งไปด้วยเช่นการหมุนล้อรถ ลูกบอล เป็นต้น



7.1 ปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบหมุน

1. **การกระจัดเชิงมุม " $\vec{\theta}$ "** หมายถึง มุมที่กวาดไปได้รอบแกนหมุน เมื่อวัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลม เป็นปริมาณ เวกเตอร์ มีทิศตั้งฉากกับระนาบการหมุน มีหน่วยเป็นเรเดียน(rad)



$$\theta = \frac{s}{r}$$

2. ความเร็วเชิงมุม " $\vec{\omega}$ " หมายถึง การกระจัดเชิงมุมที่กวาดไปได้ในหนึ่งหน่วยเวลา เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศเดียวกันกับทิศการกระจัดเชิงมุม มีหน่วยเป็นเรเดียน/วินาที (rad/s)

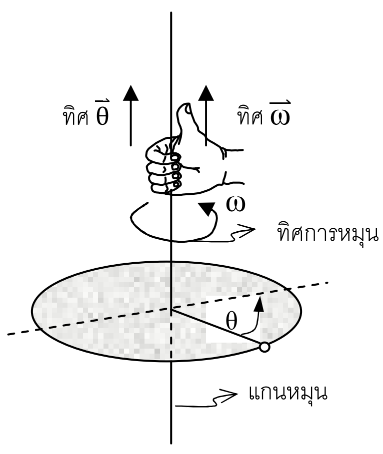
$$\boxed{\vec{\omega} = \frac{\vec{\theta}}{t}}$$

เมื่อ $\theta = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ และ $t = T$

จะได้ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

3. ความเร่งเชิงมุม " $\vec{\alpha}$ " หมายถึง ความเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนไปในหนึ่งหน่วยเวลา เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศเดียวกันกับทิศความเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนไป มีหน่วยเป็นเรเดียน/วินาที^{2} (rad/s^2)

$$\boxed{\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}}$$



การหาทิศการกระจัดเชิงมุม โดยใช้มือขวากำรอบแกนหมุน นิ้วทั้งสี่ (ชี้ กลาง นาง ก้อย) แทนทิศของการหมุน ทิศนิ้วหัวแม่มือที่ชี้ไปตามแกน จะเป็นทิศของการกระจัดเชิงมุม

มุมที่กวาดไปได้

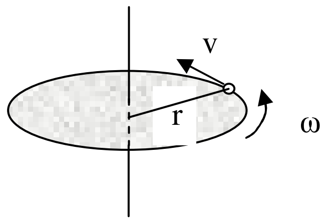
- ในการคำนวณเมื่อคิดเฉพาะขนาด อาจใช้อัตราเร็วเชิงมุม " ω " แทนความเร็วมุมโดย $\omega = \frac{\theta}{t}$

  ขนาดความเร่งเชิงมุมก็หาได้เช่นเดียวกัน $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

¬ เมื่อวัตถุหมุน เร็วขึ้น, ช้าลง หรือคงที่ ค่า α จะเป็นอย่างไร

7.2 ความสัมพันธ์ของ ความเร็วเชิงเส้น (v), ความเร็วเชิงมุม (ω), ความเร่งเชิงเส้น(a_t) และความเร่งเชิงมุม (α)

1. ความเร็วเชิงเส้น (v) กับความเร็วเชิงมุม (ω)

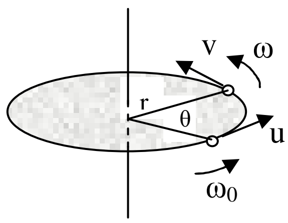


$\boxed{v = \omega r}$

จาก $v = \frac{2\pi r}{T}$ และ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

จะได้ $v = \omega r$

2. ความเร่งเชิงเส้น (a_t) กับความเร่งเชิงมุม (α)



$\boxed{a_t = \alpha r}$

เมื่อ u = ความเร็วเชิงเส้นต้น มีทิศตามแนวเส้นสัมผัส

v = ความเร็วเชิงเส้นปลาย มีทิศตามแนวเส้นสัมผัส

ω_0 = ความเร็วเชิงมุมต้น มีทิศตั้งฉากกับระนาบการหมุน

ω = ความเร็วเชิงมุมปลาย มีทิศตั้งฉากกับระนาบการหมุน

t = เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ จากจุดเริ่มต้น ไปยังจุดปลาย

$$\text{จาก}\quad \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$= \frac{v/r - u/r}{t}$$

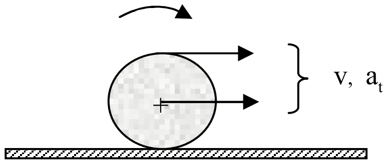
$$= \left(\frac{v - u}{t}\right)\frac{1}{r}$$

$$= a_t/r$$

$$\therefore\ a_t = \alpha r$$

a_t = ความเร่งเชิงเส้น มีทิศตามแนวเส้นสัมผัสวงกลมของการหมุน

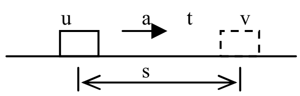
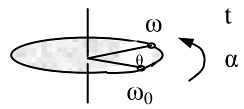
หมายเหตุ การกลิ้งโดยไม่ไถลของวัตถุรูปวงกลม เช่นล้อรถ ความเร็วและความเร่งเชิงเส้นที่เส้นสัมผัส จะเป็นความเร็ว และความเร่งของจุดศูนย์กลางวงกลมด้วย (เพราะจุดศูนย์กลางจะเคลื่อนที่ได้ระยะทาง ตามแนวระดับเท่ากับความยาวตามเส้นรอบวงที่หมุนไป)



ตารางเปรียบเทียบตัวแปรในระบบเชิงเส้น กับระบบเชิงมุม

เชิงเส้น	เชิงมุม
การกระจัด s (m)	การกระจัดเชิงมุม θ (rad)
ความเร็วต้น u (m/s)	ความเร็วเชิงมุมต้น ω_0 (rad/s)
ความเร็วปลาย v (m/s)	ความเร็วเชิงมุมปลาย ω (rad/s)
ความเร่ง a (m/s^2)	ความเร่งเชิงมุม α (rad/s^2)

จะได้สูตรเปรียบเทียบกันดังนี้

สูตรเชิงเส้น (เคลื่อนที่แบบเลื่อนที่) 	สูตรเชิงมุม (เคลื่อนที่แบบหมุน) 
1. $v = u + at$	1. $\omega = \omega_0 + \alpha t$
2. $s = \left(\frac{u+v}{2}\right) t$	2. $\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right) t$
3. $s = ut + ½ at^2$	3. $\theta = \omega_0 t + ½ \alpha t^2$
4. $v^2 = u^2 + 2as$	4. $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$
5. $s = v t$ (เมื่อ v คงที่)	5. $\theta = \omega t$ (เมื่อ ω คงที่)

ตัวอย่างที่ 1

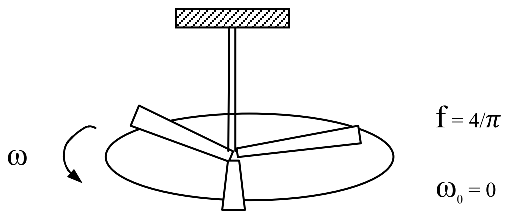
เปิดสวิตซ์พัดลมติดเพดาน พัดลมเริ่มหมุน เมื่อเวลาผ่านไป 5 วินาทีพัดลมหมุนด้วยความเร็ว $4/\pi$ รอบ/วินาที จงหา

ก. ความเร็วเชิงมุมเมื่อเวลา 5 วินาที

ข. ความเร่งเชิงมุมของพัดลม

ค. การกระจัดเชิงมุมของการหมุน

ง. จำนวนรอบของพัดลมหลังจากเปิดสวิตซ์ 5 วินาที



ก. ω = ? เมื่อ f = 4/ π

จาก $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$= 2\pi(4/\pi)$

$\therefore\ \omega = 8$ rad/s **Ans**

ข. α = ?

จาก $\omega = \omega_0 + \alpha t$

$8 = 0 + \alpha(5)$

$\therefore\ \alpha = 1.6$ rad/s^2 **Ans**

ค. θ = ?

จาก $\theta = (\frac{\omega_0 + \omega}{2})\, t$

$= (\frac{0+8}{2})\, 5$

$\therefore\ \theta = 20$ rad **Ans**

ง. จำนวนรอบ = ?

จากข้อ ค. $\theta = 20$ rad

เนื่องจาก การหมุน 1 รอบ ได้ $\theta = 2\pi$ rad

เมื่อ θ = 20 rad จะหมุนได้เท่ากับ $20/2\pi = 3.18$ รอบ **Ans**

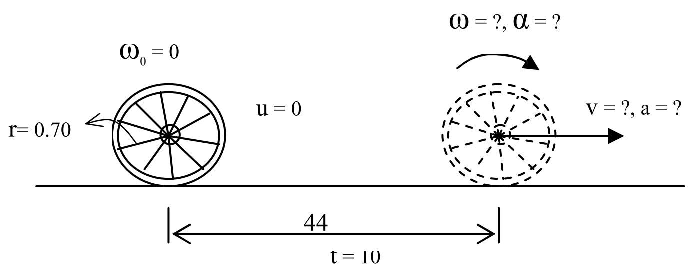
ตัวอย่างที่ 2

ปั่นจักรยาน จากหยุดนิ่งได้ระยะทางตามแนวระดับ 44 m ในเวลา 10 วินาที ถ้าล้อจักรยานมีรัศมี 70 cm อยากทราบว่า

ก. ความเร็วเชิงมุม และความเร็วเชิงเส้น เมื่อสิ้นวินาทีที่ 10

ข. ความเร่งเชิงมุม และความเร่งเชิงเส้น

พิจารณาที่ล้อจักรยาน



ก. $\omega = ?, v = ?$ เมื่อ $t = 10$

จาก $\theta = (\frac{\omega_0 + \omega}{2})t$ ----①

หา θ โดยพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับของล้อได้ระยะทาง 44 m จะหาว่าล้อหมุนได้กี่รอบ

ล้อหมุน 1 รอบ ได้ระยะเท่ากับความยาวเส้นรอบวง $= 2\pi r = 2(22/7)(0.70) = 4.4$ m.

∴ จำนวนรอบของการหมุนล้อเป็น $44/4.4 = 10$ รอบ

แต่ล้อหมุน 1 รอบ ได้ $\theta = 2\pi$ rad

∴ θ ทั้งหมด $= 10 \times \theta = 10(2\pi) = 20\pi$ rad

แทนค่า $\theta = 20\pi, \omega_0 = 0, t = 10$ ใน ①, $20\pi = (\frac{0 + \omega}{2})10$

∴ $\omega = 4\pi$ rad/s **<u>Ans</u>**

จาก $v = \omega r$

$= 4\pi(0.7)$

∴ $v = 2.8\pi$ m/s **<u>Ans</u>**

ข. $\alpha = ?, a = ?$

จาก $\omega = \omega_0 + \alpha t$

$4\pi = 0 + \alpha(10)$

∴ $\alpha = 0.4\pi$ rad/s^2 **<u>Ans</u>**

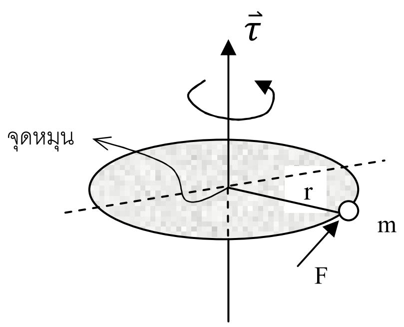
จาก $a = \alpha r$

$= 0.4\pi(0.7)$

∴ $a = 0.28\pi$ m/s^2 **<u>Ans</u>**

<u>7.3 ทอร์กกับการเคลื่อนที่แบบหมุน</u>

ทอร์ก " τ " หมายถึง โมเมนต์ของแรงรอบจุดหมุน เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศทางตั้งฉากกับระนาบการหมุน และทิศเดียวกับความเร่งเชิงมุม มีหน่วยเป็น นิวตันเมตร (N m)



$$\boxed{\tau = F r}$$

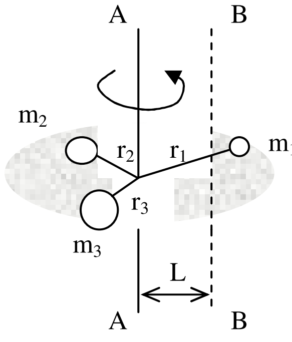
จาก $F = ma_t$ และ $a_t = \alpha r$

จะได้ $\tau = m\alpha r\,(r) = mr^2\alpha$

$$\boxed{\tau = I\alpha}$$

เมื่อ $I = mr^2$ = โมเมนต์ความเฉื่อย

โมเมนต์ความเฉื่อย “ I ” เป็นสมบัติของวัตถุ ในการต้านการเปลี่ยนสภาพการหมุน เป็นปริมาณสากลาร์ มีหน่วยเป็น กิโลกรัม เมตร^2 (kg m^2)



$$\boxed{I_A = \sum mr^2} \quad = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2$$

$$\boxed{I_B = I_A + (\sum m)\, L^2} \quad = I_A + (m_1 + m_2 + m_3)\, L^2$$

เมื่อ L = ระยะเลื่อนไปของแกนหมุน ในแนวขนานไปกับแกนสมมาตร

¬ ค่า I ของวัตถุแต่ละชิ้นมีค่าคงที่เสมอไม่ว่าจะหมุน รอบแกนใด คำกล่าวนี้ถูกหรือผิดเพราะเหตุใด

ตัวอย่างที่ 3

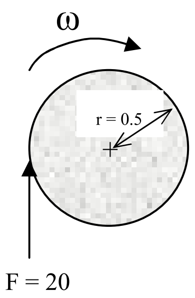
ออกแรง 20 N ผลักวงล้อมวล 2 kg รัศมี 0.5 m ในแนวเส้นสัมผัสวงกลม ให้หมุนรอบแกนอยู่กับที่ เป็นเวลา 4 วินาที ถ้า $I_{\text{วงล้อ}} = \frac{1}{2} mr^2$

ก. ทอร์ก

ข. ความเร่งเชิงมุม และความเร่งเชิงเส้น

ค. ความเร็วเชิงมุม และความเร็วเชิงเส้น เมื่อสิ้นสุดวินาทีที่ 4

ง. วงล้อหมุนได้กี่รอบ



ก. $\tau = ?$

จาก $\tau = Fr$

$= 20(0.5)$

$\therefore \tau = 10$ N m **<u>Ans</u>**

ข. $\alpha = ?,\ a_t = ?$

จาก $\tau = I\alpha$

$= (\frac{1}{2} mr^2)\ \alpha$

$10 = (\frac{1}{2} \times 2 \times 0.5^2)\ \alpha$

$\therefore\ \alpha = 40 \quad rad/s^2$ **<u>Ans</u>**

จาก $a_t = \alpha\, r$

$= 40(0.5)$

$\therefore\ a_t = 20 \quad m/s^2$ **<u>Ans</u>**

ค. $\omega = ?,\ v = ?$ เมื่อ $t = 4$ s

จาก $\omega = \omega_0 + \alpha t$

$= 0 + 40(4)$

$\therefore\ \omega = 160 \quad rad/s$ **<u>Ans</u>**

จาก $v = \omega r$

$= 160(0.5)$

$\therefore\ v = 80 \quad m/s$ **<u>Ans</u>**

ง. จำนวนรอบ = ?

หามุมที่กวาดไปได้ เมื่อ $t = 4$ s, $\theta = (\frac{\omega_0 + \omega}{2})\ t$

$= (\frac{0 + 160}{2})\ 4$

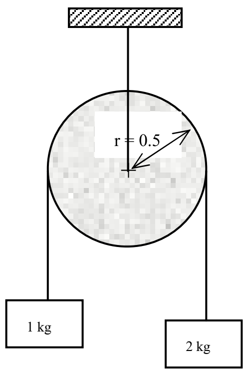
$= 320 \quad rad$

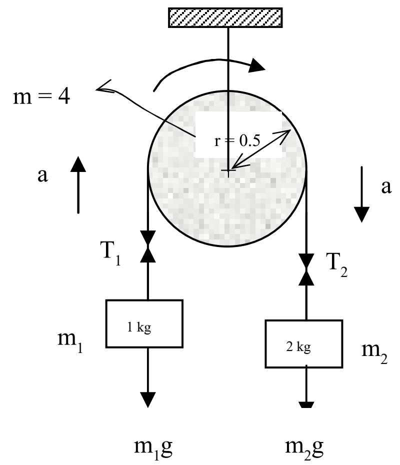
เนื่องจาก การหมุน 1 รอบ ได้ $\theta = 2\pi$ rad

เมื่อ $\theta = 320$ rad จะหมุนได้เท่ากับ $320/2\pi = 50.8$ รอบ **<u>Ans</u>**

<u>ตัวอย่างที่ 4</u>

แขวนวัตถุ มวล 1 kg และ 2 kg ไว้กับวงล้อตันมวล 4 kg รัศมี 0.5 m ห้อยจากเพดานดังรูป จงหาทอร์ก ความเร่งเชิงมุม และเชิงเส้นของวงล้อ ($I_{วงล้อ} = \frac{1}{2} mr^2$)





"วาดรูป ใส่แรง และปริมาณต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ"

"แรงตึงเชือก T_1 และ T_2 ไม่เท่ากัน เพราะวงล้อมีมวล และ I แต่ความเร่ง a ของ m_1 และ m_2 เท่ากัน"

จากรูป ทอร์กที่กระทำกับวงล้อ เกิดจากแรงลัพธ์ของแรงตึงเชือก T_1 และ T_2

จาก $\tau = F_{ลัพธ์}\, r$

จะได้ $\tau = (T_2 - T_1)\, r$

และจาก $\tau = I\alpha$

จะได้ $I\alpha = (T_2 - T_1)\, r$ ----①

พิจารณามวล m_1 และ m_2

จาก $\sum F = ma$

จะได้ $T_1 - m_1 g = m_1 a \;\text{-->}\; T_1 = m_1 a + m_1 g$

และ $m_2 g - T_2 = m_2 a \;\text{-->}\; T_2 = m_2 g - m_2 a$

ดังนั้น $T_2 - T_1 = (m_2 - m_1)\, g - (m_1 + m_2)\, a$

แทนค่าจะได้ $T_2 - T_1 = (2 - 1)\, 10 - (1 + 2)\, a$

$T_2 - T_1 = 10 - 3\,a$

แต่ $a = \alpha r$

ดังนั้น $T_2 - T_1 = 10 - 3\alpha r = 10 - 3\alpha\,(0.5)$

$T_2 - T_1 = 10 - 1.5\,\alpha$ ----②

แทนค่า $T_2 - T_1$ และ $I = ½\, mr^2$ ใน ①

จะได้ $½\, mr^2\, \alpha = (10 - 1.5\,\alpha)\, r$

$½\,(4)(0.5^2)\,\alpha = (10 - 1.5\,\alpha)\,(0.5)$

$\therefore \alpha = 4 \;\; \text{rad/s}^2$ **Ans**

จาก $a = \alpha r$

$= 4(0.5)$

$\therefore a = 2 \;\; \text{m/s}^2$ **Ans**

แทนค่า α ใน ②, $T_2 - T_1 = 10 - 1.5\,(4)$

$T_2 - T_1 = 4 \;\; \text{N}$

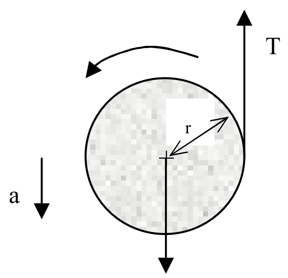
จาก $\tau = (T_2 - T_1)\, r$

$= 4\,(0.5)$

$\therefore \tau = 2 \;\; \text{N m}$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 5

ท่อนไม้รูปทรงกระบอกตันมี $I = ½\, mr^2$ รัศมี r ใช้เชือกเบาพันรอบ เมื่อปล่อยท่อนไม้ให้หมุนและเคลื่อนที่ลงมาในแนวดิ่ง จะมีทอร์กกระทำกับท่อนไม้เท่าไร



"วาดรูป ใส่แรง และปริมาณ
ต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ"

mg
จากรูป ทอร์กที่กระทำกับท่อนไม้ เกิดจากแรงตึงเชือก T

$$\tau = Tr$$

และจาก $\tau = I\alpha$

จะได้ $T = I\alpha/r$

พิจารณาการเคลื่อนที่ของท่อนไม้ในแนวดิ่ง

จาก $\sum F = ma$

จะได้ $mg - T = ma$

แทนค่า $T = I\alpha/r$ และ $a = \alpha r$

จะได้ $mg - I\alpha/r = m\alpha r$

$$mg - \tfrac{1}{2}mr^2\alpha/r = m\alpha r$$

$$\alpha = \frac{2g}{3r}$$

และจาก $\tau = I\alpha$

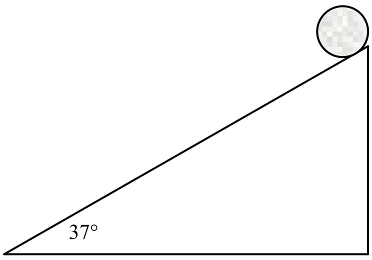
จะได้ $\tau = \tfrac{1}{2}mr^2\frac{2g}{3r}$

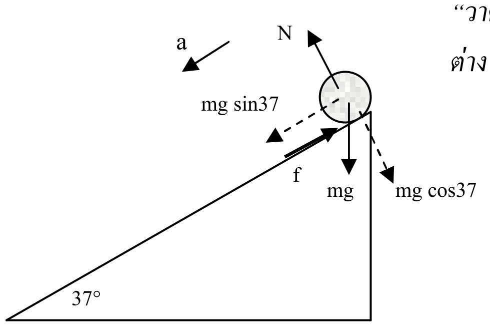
$$\therefore \tau = \frac{1}{3}mgr \quad \text{N m}$$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 6

ทรงกลมพลาสติก มวล m รัศมี r นำไปวางไว้บนพื้นเอียง แล้วปล่อยให้กลิ้งลงมาดังรูป จงหาค่า สปส. ความเสียดทานน้อยที่สุด ที่ทำให้ทรงกลมกลิ้งลงมาโดยไม่ไถล ($I = \frac{2}{5}mr^2$)

"วาดรูป ใส่แรง และปริมาณต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ"





ทรงกลมกลิ้งลงมาโดยไม่ไถล แสดงว่ามีทอร์กเนื่องจากแรงเสียดทาน ทำให้ทรงกลมหมุน

$$\tau = fr$$

และจาก $\tau = I\alpha$

จะได้ $f = I\alpha/r$ ----①

พิจารณาการเคลื่อนที่ของทรงกลม ตามแนวพื้นเอียง

จาก $\sum F = ma$

จะได้ $mg\sin 37 - f = ma$

แทนค่า $f = I\alpha/r$ และ $a = \alpha r$

จะได้ $mg\sin 37 - I\alpha/r = m\alpha r$

$$mg\sin 37 - \frac{2}{5}mr^2\alpha/r = m\alpha r$$

$$\alpha = \frac{5g\sin 37}{7r}$$

แทนค่า I และ α ใน ①, $f = \frac{2}{5}mr^2\left(\frac{5g\sin 37}{7r}\right)/r$

$$f = \frac{2}{7}mg\sin 37$$

แต่ $f = \mu N = \mu mg\cos 37$

ดังนั้น $\mu mg\cos 37 = \frac{2}{7}mg\sin 37$

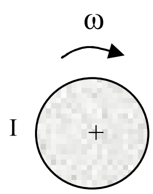
$$\mu = \frac{2}{7} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{4}$$

$$= \frac{3}{14}$$

$\therefore \mu = 0.21$ **<u>Ans</u>**

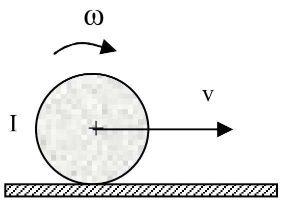
7.4 <u>พลังงานจลน์ของการหมุน</u> " E_k "

1. หมุนอยู่กับที่



$$\boxed{E_K = \tfrac{1}{2} I \omega^2}$$

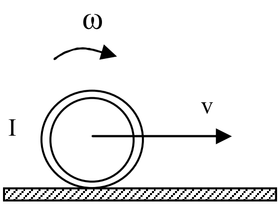
2. หมุนและเคลื่อนที่ไปด้วย (กลิ้ง)



$$\boxed{E_K = \tfrac{1}{2} mv^2 + \tfrac{1}{2} I \omega^2}$$

<u>ตัวอย่างที่ 7</u>

กลิ้งถังทรงกระบอกกลวง มวล 20 kg รัศมี 1 m ไปบนพื้นราบด้วยความเร็ว $5/\pi$ รอบ/วินาที จงหาพลังงานจลน์ของถัง ($I = mr^2$)



เนื่องจากถังเคลื่อนที่แบบกลิ้ง

พลังงานจลน์ $E_k = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$ ----①

จากโจทย์ $f = 5/\pi$

ดังนั้น $\omega = 2\pi f = 2\pi(5/\pi) = 10$ rad/s

และ $v = \omega r = 10(1)\ 10$ m/s

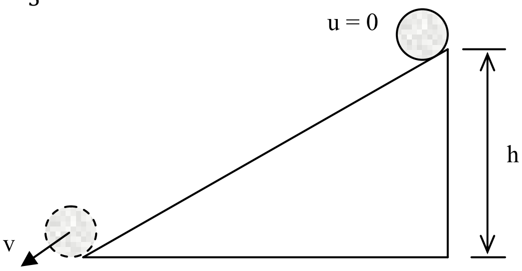
$I = mr^2 = 20(1^2) = 20$ kg m^2

แทนค่าใน ①, $E_k = \frac{1}{2} 20(10^2) + \frac{1}{2} 20(10^2)$

$\therefore E_k = 2 \times 10^3$ J **Ans**

ตัวอย่างที่ 8

จงหาความเร็ว(v) ของทรงกลตัน มวล m รัศมี r ที่ปลายพื้นเอียงโดยเริ่มปล่อยที่ความสูง h จากแนวระดับ ($I = \frac{2}{5} mr^2$)



ก. ทรงกลมไถลลงโดยไม่กลิ้ง

ข. ทรงกลมกลิ้งลงโดยไม่ไถล

ก. ไถลลง v = ? (ไถลลงไม่กลิ้ง แสดงว่า f = 0)

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\sum E_1 = \sum E_2$

$mgh = \frac{1}{2} mv^2$

$\therefore v = \sqrt{2gh}$ **Ans**

ข. กลิ้งลง v = ?

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\sum E_1 = \sum E_2$

$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2$

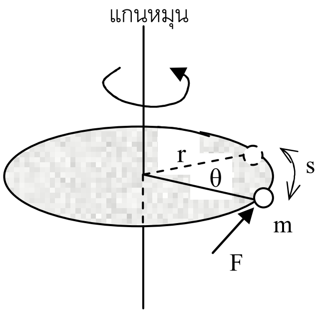
$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5} mr^2(\frac{v}{r})^2$

$gh = \frac{v^2}{2} + \frac{v^2}{5}$

$\therefore v = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$ **Ans**

จะเห็นว่าวัตถุไถลลง จะมีความเร็วมากกว่ากลิ้งลง

7.5 งานของการหมุน "W"



$$\boxed{W = \tau\,\theta}$$

จาก $W = Fs$ และ $\tau = Fr$

จะได้ $W = \left(\frac{\tau}{r}\right)s$ แต่ $\frac{s}{r} = \theta$

ดังนั้น $W = \tau\,\theta$

จาก $P = \frac{W}{t}$ และ $W = \tau\,\theta$

จะได้ $P = \frac{\tau\theta}{t}$ แต่ $\frac{\theta}{t} = \omega$

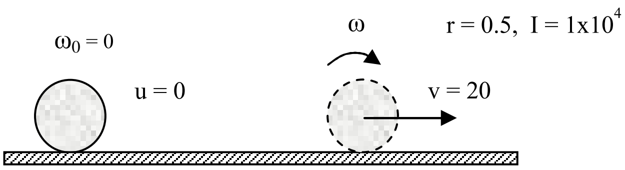
ดังนั้น $P = \tau\,\omega$

ให้ "P" เป็นกำลังของการหมุน มีหน่วยเป็นวัตต์ (w)

$$\boxed{P = \tau\,\omega}$$

ตัวอย่างที่ 9

ขับรถยนต์ จากจอดหยุดนิ่ง จนมีความเร็ว 72 km/hr ถ้าล้อรถยนต์มีรัศมี 0.5 m และโมเมนต์ความเฉื่อย $1\text{x}\ 10^4$ kg - m^2 จงหางานที่ล้อรถแต่ละล้อทำได้



"วาดรูป ใส่ปริมาณต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ"

ความเร็วรถยนต์ เท่ากับความเร็วที่จุดศูนย์กลางวงล้อ

$v = 72$ km/hr $= 20$ m/s

ดังนั้น $\omega = \frac{v}{r} = \frac{20}{0.5} = 40$ rad/s

จาก $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$

$40^2 = 0 + 2\alpha\theta$

$\alpha\theta = 800$

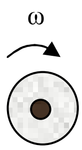
จาก $W = \tau\,\theta = I\alpha\theta$

$= 1\text{x}10^4(800)$

$\therefore W = 8\text{x}10^6$ J **Ans**

ตัวอย่างที่ 10

มู่เล่ตัวหนึ่ง มีทอร์กขนาด 1000 N m กระทำให้หมุนรอบแกน ในอัตรา 120/π รอบ/นาที จงหาก่ำลังของมู่เล่



τ = 1000

จาก $\omega = 2\pi f = 2\pi(120/(60\ \pi))$

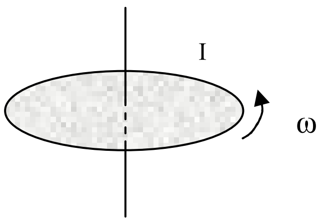
$\omega = 4$ rad/s

จาก $P = \tau\omega$

$= 1000(4)$

$\therefore P = 4000$ W **Ans**

7.6 โมเมนตัมเชิงมุม " L " และอัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมเชิงมุม



$\boxed{L = I\omega}$

โมเมนตัมเชิงมุม เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศทางเดียวกันกับ ทิศความเร็วเชิงมุม มีหน่วยเป็น kg m^2/s

จาก $\tau = I\alpha = I\left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta t}\right)$

$= \frac{I\omega - I\omega_0}{\Delta t}$

$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$

$$\boxed{\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}}$$

ทอร์ก = อัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมเชิงมุม

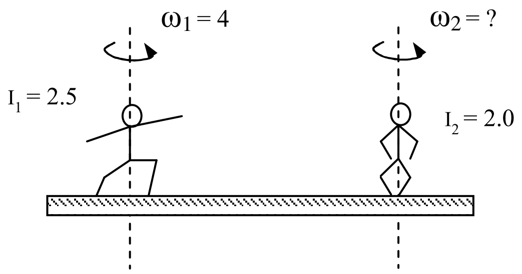
กฎ การอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

$$\boxed{\sum L_{\text{ก่อน}} = \sum L_{\text{หลัง}}}$$

$$\boxed{I_1\omega_1 = I_2\omega_2}$$

ตัวอย่างที่ 11

นักเสก็ตน้ำแข็ง ขณะกางแขนหมุนตัวด้วยความเร็ว 4 rad/s จงหาความเร็วเชิงมุม เมื่อเขาหุบแขน (กำหนด $I_{\text{กางแขน}}$ = 2.5 kg m ^{2} , $I_{\text{หุบแขน}}$ = 2.0 kg m ^{2})



จากกฎ การอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

$$2.5(4) = 2.0\,\omega_2$$

$\therefore\ \omega_2 = 5$ rad/s **Ans** *"I ลดลง หมุนเร็วขึ้น"*

การเปรียบเทียบปริมาณเชิงเส้น กับปริมาณเชิงมุม

เพื่อให้ง่ายในการจำสูตร หากนักเรียนสามารถจำสูตรของปริมาณเชิงเส้นได้ ให้ใช้วิธีเปรียบเทียบกันทั้งสอง ปริมาณ เพื่อจำสูตรเชิงมุม

การกระจัดเชิงเส้น (s) ⇔ การกระจัดเชิงมุม (θ)

ความเร็วเชิงเส้น (v) ⇔ ความเร็วเชิงมุม (ω)

ความเร่งเชิงเส้น (a) ⇔ ความเร่งเชิงมุม (α)

มวล (m) ⇔ โมเมนต์ความเฉื่อย (I)

แรง (F) ⇔ ทอร์ก (τ)

โมเมนตัม (p) ⇔ โมเมนตัมเชิงมุม (L)

<u>สูตรเชิงเส้น</u>		<u>สูตรเชิงมุม</u>	
แรง	$F = ma$	ทอร์ก	$\tau = I\alpha$
โมเมนตัม	$p = mv$	โมเมนตัม	$L = I\omega$
แรง	$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$	ทอร์ก	$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$
งาน	$W = Fs$	งาน	$W = \tau\theta$
กำลัง	$P = Fv$	กำลัง	$P = \tau\omega$
พลังงานจลน์	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	พลังงานจลน์	$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$