

# โรงเรียนดีดี



ที่พึ่งทางการศึกษา ช่วยไขปัญหาให้ทุกคน [SchoolDD.com](http://SchoolDD.com)

บทที่ 3

## แรง มวล และกฎการเคลื่อนที่





### บทที่ 3

## แรง มวล และกฎการเคลื่อนที่

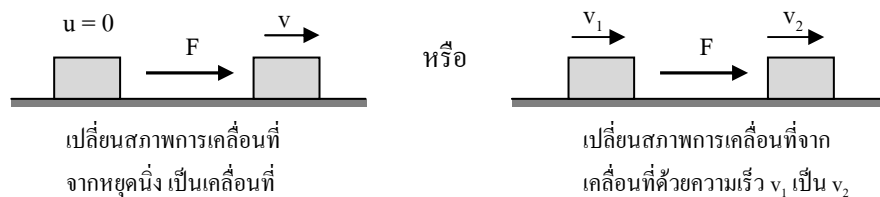
จากบทเรียนที่ผ่านมาเป็นการเรียนรู้เกี่ยวกับลักษณะของการเคลื่อนที่ ในบทเรียนนี้นักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับเหตุผลที่ทำให้การเคลื่อนที่เป็นไปตามที่เห็น ซึ่งเป็นการทำความเข้าใจต่อการเคลื่อนที่ อธิบายด้วยกฎเกณฑ์ว่าทำไมการเคลื่อนที่จึงเป็นเช่นนั้น เนื้อหาที่จะได้เรียนประกอบด้วยเรื่อง แรง มวล น้ำหนัก กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน แรงเสียดทาน และกฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตัน

### 3.1 แรง, มวล และ น้ำหนัก

ก่อนอื่นมาดูความหมายทางฟิสิกส์ของคำว่า แรง มวล และน้ำหนัก จะมีความแตกต่างจากที่เรา รู้ คุ้นเคยอยู่ อย่างเป็นบ้าง ในชีวิตประจำวันเรามักใช้ น้ำหนัก เป็นมวล เช่น บอกว่าฉันหนัก 45 กิโลกรัม จริงๆแล้วต้องบอกว่าฉันมีมวล 45 กิโลกรัม หนัก 450 นิวตันถึงจะถูกต้องตามหลักฟิสิกส์ครับ

**แรง (Force) “F”** หมายถึง ปริมาณที่กระทำกับวัตถุแล้วทำให้วัตถุเปลี่ยนสภาพการเคลื่อนที่ เช่น ผลักกล่อง ใบบินที่วางอยู่บนพื้นให้เคลื่อนที่ ตีลูกเทนนิสที่วิ่งสวนทางเข้ามาทำให้ลูกเทนนิสมีความเร็วเปลี่ยนไป เป็นต้น แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์มีหน่วยเป็นนิวตัน (N)

“ความหมายของแรงที่แปลงให้เป็นรูปภาพ”



**มวล (Mass) “m”** หมายถึง ปริมาณที่วัตถุต้านสภาพการเคลื่อนที่ เป็นปริมาณสเกลาร์มีหน่วยเป็นกิโลกรัม (kg)

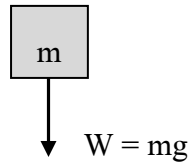


“ความหมายของมวลให้นึกถึง เอามือผลักกระสอบทราย เปรียบเทียบกับผลักกระสอบผ้า กระสอบทรายจะต้านการเคลื่อนที่มากกว่ากระสอบผ้า เพราะมีมวลมากกว่า”



**น้ำหนัก (Weight) “w”** หมายถึง แรงดึงดูดของโลกที่กระทำต่อวัตถุ โดยมีขนาดเท่ากับมวล  $m$  คูณด้วยความเร่ง  $g$  มีทิศทางเดียวกับทิศทางของความเร่ง  $g$  คือพุ่งเข้าสู่จุดศูนย์กลางของโลก และมีหน่วยเป็น นิวตัน (N)

“ให้นึกถึงภาพนี้เวลาพูดถึง น้ำหนัก”

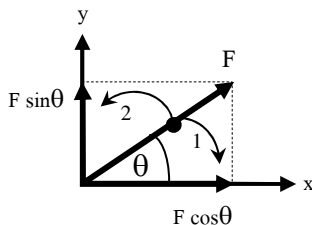


### ข้อสังเกต

- น้ำหนักเป็นแรงชนิดหนึ่ง (= แรงดึงดูดของโลก)
- วัตถุก้อนเดียวกันจะมีมวลคงเดิมเสมอไม่ว่าจะอยู่บนโลก หรือดวงจันทร์ ส่วนน้ำหนักจะเปลี่ยนไปตามค่าความโน้มถ่วง  $g$  ของโลก หรือของดวงจันทร์
- แรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ การรวมแรง เพื่อหาแรงลัพธ์ ใช้วิธีหางต่อหัว เช่นเดียวกับการรวมเวกเตอร์ดังได้เรียนในบทที่ 2

### องค์ประกอบของแรงในระบบพิกัดฉาก

ในกรณีที่แรงกระทำกับวัตถุในทิศทางทำมุมกับแนวแกนในระบบพิกัดฉาก เช่นแนวแกน  $x - y$  เราสามารถแตกแรงออกเป็นองค์ประกอบของแรงในแนวแกนซึ่งตั้งฉากกันดังนี้



องค์ประกอบของแรง  $F$  ในแนวแกน  $x$  คือ  $F \cos \theta$   
 องค์ประกอบของแรง  $F$  ในแนวแกน  $y$  คือ  $F \sin \theta$

เริ่มแรกนึกภาพแรง  $F$  เอียงทำมุม  $\theta$  กับแกน  $x$  แยกแรง  $F$  ในแนวแกน  $x$  ได้โดยสายตาจับที่เส้นแนวแรง  $F$  แล้วกวาดลงมาตามทิศทาง 1 มาที่แกน  $x$  จะได้  $F \cos \theta$  ส่วนแนวแกน  $y$  ก็ทำเช่นเดียวกัน กวาดสายตาไปตามทิศทาง 2 จะได้  $F \sin \theta$  จะสังเกตได้ว่าด้านประชิดมุมจะได้ค่าผลคูณของแรงกับ  $\cos \theta$  ส่วนอีกด้านซึ่งตั้งฉากกันจะได้ค่าผลคูณของแรงกับ  $\sin \theta$  เสมอ...ถ้าแรง  $F$  เอียงทำมุม  $\alpha$  กับแกน  $y$  ลองแตกแรงให้สัมพันธ์กับมุม  $\alpha$  แล้วตรวจเช็คดูว่าได้ผลลัพธ์เท่ากรณีแรกหรือไม่..หรือทดลองมุมจริง ๆ เลขก็ได้ เช่น  $\theta = 30^\circ$ ,  $\alpha = 60^\circ$  (ได้  $F \cos 30^\circ = F \sin 60^\circ$  และ  $F \sin 30^\circ = F \cos 60^\circ$  ไหมครับ?) ไปฝึกซะให้คล่องครับ!

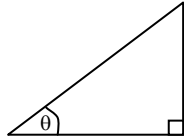
### ข้อสังเกต

- การแตกแรงเป็นแรงองค์ประกอบในแนวตั้งฉากกัน ให้คิดเหมือนกับว่าแรงเดิมแปลงร่างเป็นสองแรงไปแล้ว (หายตัวไป) และจะไม่นำมาเกี่ยวข้องกับการคำนวณอีกต่อไป
- ปริมาณเวกเตอร์อื่น ๆ เช่นการกระจัด ความเร็ว ความเร่ง ฯลฯ สามารถแตกออกเป็นองค์ประกอบในระบบพิกัดฉากได้ด้วยวิธีการเช่นเดียวกันกับแรง

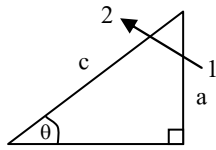


## การหาค่า $\sin$ , $\cos$ , $\tan$ โดยใช้เทคนิคภาพในใจ

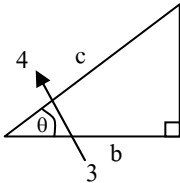
เทคนิควิธีการหาค่า  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$  ของมุมที่ใช้บ่อย ๆ เช่น  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $37^\circ$ ,  $53^\circ$  และ  $45^\circ$  นักเรียนมีวิธีหาค่า  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$  ของมุมต่าง ๆ อย่างไรครับ มีใครยังใช้วิธีแบบนกแก้วนกขุนทอง ท่องชนิดนก นกชนิดอยู่ไหมครับ ลองมาใช้เทคนิคภาพในใจแบบไม่ต้องท่อง แต่จำได้ขึ้นใจจนฝังอยู่ในจิตใต้สำนึก สามารถงัดออกมาใช้ได้ทันทีที่ต้องการ แบบมั่นใจไม่มีผิด ลองนำไปใช้ดูเป็นประโยชน์มากครับ



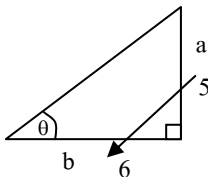
ก่อนอื่นให้นึกภาพในใจเป็นรูป สามเหลี่ยมมุมฉาก



ค่าของ  $\sin\theta$  หาได้โดยใช้ตากวาดไปตามแนว 1→2 นึกตามว่าด้านนี้หาร ด้านนี้ นั่นคือ  $\sin\theta = a/c$



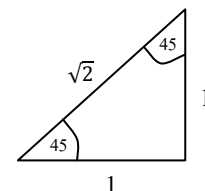
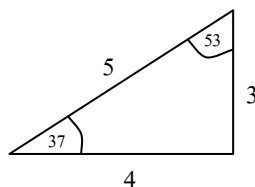
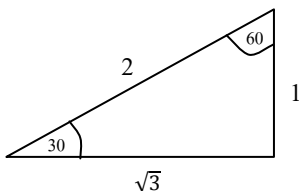
ค่าของ  $\cos\theta$  หาได้โดยใช้ตากวาดไปตามแนว 3→4 นึกตามว่าด้านนี้หาร ด้านนี้ นั่นคือ  $\cos\theta = b/c$



ค่าของ  $\tan\theta$  หาได้โดยใช้ตากวาดไปตามแนว 5→6 นึกตามว่าด้านนี้หาร ด้านนี้ นั่นคือ  $\tan\theta = a/b$

สำหรับค่าส่วนกลับของ  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$  ก็สามารหหาได้ทำนองเดียวกันโดยกลับทิศลูกศรดังกล่าว เห็นไหมครับว่าง่ายกว่าวิธีท่องจำเยอะเลย ลองฝึกคุณะครับจะฝึกตอนไหน เวลาใดก็ได้ทั้งนั้น เพราะไม่ต้องใช้อุปกรณ์หรือเครื่องมือ เป็นภาพในใจแค่นี้ก็คิดตามก็ทำได้แล้ว

นี่ลองมาดูค่าความยาวแต่ละด้าน ของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมประกอบมุมฉากเป็น  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $37^\circ$ ,  $53^\circ$  และ  $45^\circ$



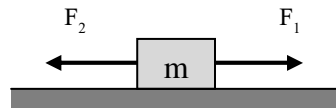
ถ้านักเรียนจำภาพสามเหลี่ยมมุมฉากทั้งสามรูปนี้ได้ ก็สามารถหาค่า  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$  ของมุม  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $37^\circ$ ,  $53^\circ$  และ  $45^\circ$  ได้โดยใช้วิธีเทคนิคภาพในใจดังกล่าวไปแล้ว ง่ายไหมครับ



### ตัวอย่างที่ 1

แรง  $F_1 = 3 \text{ N}$  และ  $F_2 = 4 \text{ N}$  กระทำกับวัตถุมวล  $m$  ดังรูป จงหาขนาด และทิศทางของแรงลัพธ์

ก.



สมมติ แรงเป็น + มีทิศไปทางขวา

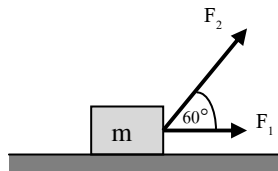
$$F_{\text{ลัพธ์}} = F_1 - F_2$$

$$= 3 - 4$$

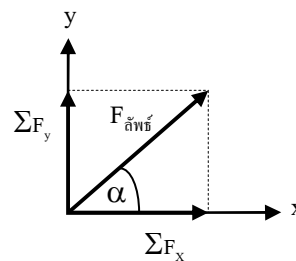
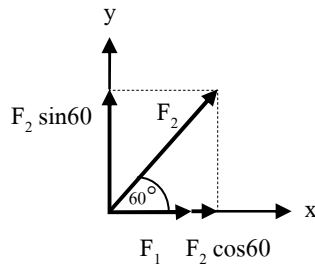
$$= -1 \quad (\text{ค่าติดลบ - แสดงว่าทิศตรงข้ามกับที่สมมติใช้ไหมครับ})$$

$\therefore$  แรงลัพธ์มีขนาด  $1 \text{ N}$  มีทิศไปทางซ้ายมือ **Ans**

ข.



แตกแรง  $F_2$  ออกเป็นแรงในแนวแกน  $x$  และแกน  $y$  แล้วนำมารวมกับแรง  $F_1$  จะได้



ผลรวมของแรงในแนวแกน  $x$   $\Sigma F_x = F_1 + F_2 \cos 60$

$$= 3 + 4 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 5 \text{ N}$$

ผลรวมของแรงในแนวแกน  $y$   $\Sigma F_y = F_2 \sin 60$

$$= 4 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 2\sqrt{3} \text{ N}$$

$$F_{\text{ลัพธ์}} = \sqrt{\Sigma F_x^2 + F_y^2}$$

$$= \sqrt{5^2 + (2\sqrt{3})^2}$$

$$= 6.08 \text{ N}$$

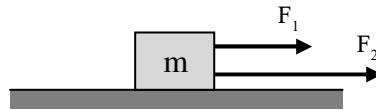


∴ แรงลัพธ์มีขนาด 6.08 N **Ans**

$$\text{ทิศทางของแรงลัพธ์หาได้จาก } \tan \alpha = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} = \frac{2\sqrt{3}}{5} = 0.7$$

$$\therefore \alpha = \tan^{-1} 0.7 \quad \mathbf{Ans}$$

ก.



$$\begin{aligned} F_{\text{ลัพธ์}} &= F_1 + F_2 \\ &= 3 + 4 \\ &= 7 \text{ N} \end{aligned}$$

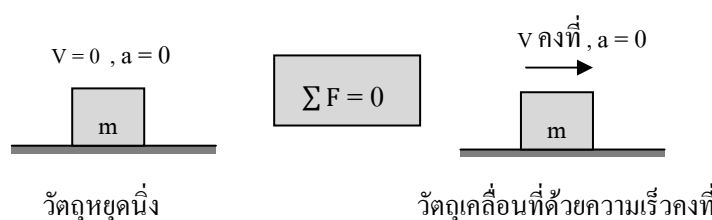
∴ แรงลัพธ์มีขนาด 7 N มีทิศทางไปทางขวามือ **Ans**

### 3.2 กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

เซอร์ ไอแซก นิวตัน (Sir Issac Newton) นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษ ได้สรุปเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของวัตถุทั้งที่อยู่ในสภาพอยู่นิ่ง และในสภาพเคลื่อนที่ เป็น กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน ซึ่งสามารถอธิบายให้เข้าใจการเคลื่อนที่ต่าง ๆ ได้ทั้งหมด กฎของนิวตันมี 3 ข้อ ดังนี้

- |                   |   |
|-------------------|---|
| <b>กฎข้อที่ 1</b> | วัตถุจะคงสภาพอยู่นิ่ง หรือ เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ในแนวตรง นอกจากจะมีแรงลัพธ์ซึ่งมีค่าไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุนั้น   |
| <b>กฎข้อที่ 2</b> | เมื่อมีแรงลัพธ์ ซึ่งมีค่าไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุ จะทำให้วัตถุเกิดความเร่งในทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์ที่มากระทำ โดยขนาดของความเร่งจะแปรผันตรงกับขนาดของแรงลัพธ์ และแปรผกผันกับมวลของวัตถุ |
| <b>กฎข้อที่ 3</b> | Action = Reaction เมื่อมีแรงกิริยาข้อมมีแรงปฏิกิริยาที่มีขนาดเท่ากันแต่มีทิศทางตรงข้ามกันเสมอ   |

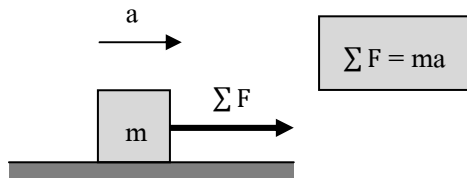
“เทคนิคการจำกฎทั้ง 3 ข้อลองทำดังนี้ครับ”



“กฎข้อที่ 1 วัตถุจะคงสภาพอยู่นิ่ง ให้นึกภาพวัตถุก่อตั้งสี่เหลี่ยมวางนิ่งอยู่บนพื้น หรือ

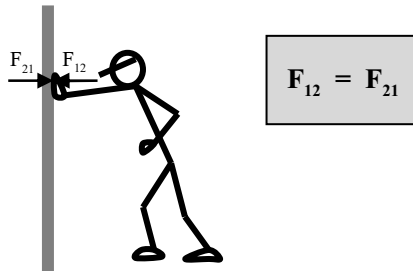


วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ในแนวตรง นึกภาพวัตถุกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ไปบนพื้นลื่น เป็นแนวตรงโดยไม่หยุด หากไม่มีแรงมากระทำทำให้หยุดหรือเปลี่ยนทิศทางไป”



วัตถุมีแรงลัพธ์ขนาดไม่เป็นศูนย์มากระทำ

“กฎข้อที่ 2 เมื่อมีแรงลัพธ์ ซึ่งมีค่าไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อวัตถุ จะทำให้วัตถุเกิดความเร่งในทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์ที่มากระทำ ให้นึกภาพวัตถุกลิ้งที่ลื่นมวางอยู่บนพื้น มีแรงลัพธ์  $\Sigma F$  มากระทำทำให้เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง  $a$  และได้  $\Sigma F = ma$ ”



ออกแรงผลักกำแพง

“กฎข้อที่ 3 Action = Reaction ให้นึกภาพนักเรียนใช้มือผลักกำแพง และรู้สึกว่ามีแรงกิริยาที่มือทำกับกำแพง  $F_{12}$  มีขนาดเท่ากับแรงปฏิกิริยาที่กำแพงทำกับมือ  $F_{21}$  แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน และทำกับวัตถุคนละชิ้นดังรูป

### ข้อสังเกต

- แรงคู่กิริยาตามกฎข้อ 3 ของนิวตัน เกิดขึ้นได้ทั้งกรณีวัตถุสัมผัสกัน หรือไม่สัมผัสกันก็ได้ เช่น แรงดึงดูดระหว่างมวล แรงระหว่างประจุไฟฟ้า แรงแม่เหล็ก เป็นต้น
- กฎของนิวตันทั้ง 3 ข้อนักเรียนจำเป็นต้องจำนิยาม และทำความเข้าใจความหมายอย่างแจ่มแจ้ง เพราะในเนื้อหาต่อ ๆ ไปชอบเอากฎทั้ง 3 ไปอ้างอยู่เรื่อย ให้ใช้เทคนิค(ไม่ใช่อาชีพ..?) อย่างที่เคยบอกเวลาจำให้นึกถึงภาพประกอบด้วย จะช่วยให้จำได้ดีขึ้น ไม่ลืมได้โดยง่าย แถมยังเข้าใจความหมายได้ดีขึ้น และเห็นภาพพจน์ชัดเจน

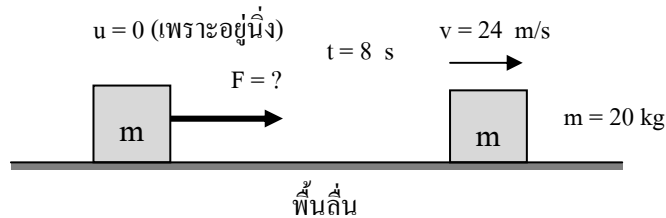
- ▶ ถ้าโลกนี้ปราศจากแรงเสียดทานใด ๆ และไม่มีแรงภายนอกมากระทำ วัตถุที่เคลื่อนที่ในแนวตรงด้วยความเร็วคงที่ค่าหนึ่งตลอดการเคลื่อนที่ จะหยุดการเคลื่อนที่หรือไม่ อธิบายตามกฎของนิวตันได้อย่างไร?
- ▶ ทำไมเมื่อตกจากต้นไม้ก้นกระแทกพื้นจึงรู้สึกเจ็บ เป็นไปตามกฎข้อใดของนิวตัน?
- ▶ เมื่อเลี้ยวซ้ายหรือขวาคนในรถจะเคลื่อนตัวไปอย่างไร?
- ▶ ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน จงพิสูจน์ว่าวัตถุซึ่งตกอย่างอิสระจะมีความเร่ง  $a$  เท่ากับ  $g$



## ตัวอย่างที่ 2

วัตถุก้อนหนึ่งมีมวล 20 kg เดิมอยู่นิ่งบนพื้นลื่น ต่อมาเมื่อมีแรงมากระทำ ทำให้วัตถุมีความเร็ว 24 m/s ภายในเวลา 8 วินาที จงหาขนาดของแรงนี้

“เทคนิคการทำโจทย์.. วาดรูปตามโจทย์ เขียนแรง และปริมาณต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งที่รู้ค่า และไม่รู้ค่าลงไปให้หมด พยายามแปลงความหมายโจทย์ ให้เป็นรูปให้ได้”



โจทย์ให้หาขนาดของแรง  $F$  ซึ่งหาได้จากกฎการเคลื่อนที่ข้อ 2 ของนิวตัน  $\Sigma F = ma$

คำว่า  $\Sigma F$  หมายถึงผลรวมของแรง หรือแรงลัพธ์ ที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกันกับแรง จากรูปมีแรง  $F$  เพียงแรงเดียวที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ ดังนั้น  $\Sigma F = F$  หรือ  $F = ma$  --- (1)

“ต้องการหา  $F$  รู้  $m$  ไม่รู้  $a$   $\therefore$  ต้องหา  $a$  ก่อน”

หาความเร่ง  $a$  ได้จาก

$$v = u + at \quad (\text{เรื่องการเคลื่อนที่แนวตรง})$$

$$24 = 0 + a(8)$$

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

แทนค่า  $a = 3$  ใน (1) จะได้

$$F = 20(3)$$

$$\therefore F = 60 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

### ข้อสังเกต

- จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่าความรู้เรื่องการเคลื่อนที่แนวตรงในบทที่ 2 จะถูกนำมาประยุกต์ใช้แก้ปัญหาโจทย์ด้วย นี่เป็นตัวอย่างหนึ่งซึ่งการเรียนฟิสิกส์ในเนื้อหาต่อ ๆ ไป จะโยงใยเอาความรู้ที่เรียนมาแล้วเข้าด้วยกันเสมอ ดังนั้นนักเรียนควรจะทำความเข้าใจเนื้อหาที่เรียนในแต่ละเรื่องให้ชัดเจนถ่องแท้ ไม่ละเลยข้ามไป หรือคิดว่าเรียนจบเรื่องแล้วไม่นำเอาไปใช้อีก เนื้อหาฟิสิกส์จะสัมพันธ์ต่อเนื่องกันตลอดครับ

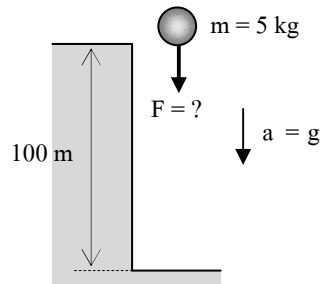




### ตัวอย่างที่ 3

วัตถุมวล 5 kg ตกจากตาดฟ้าตึกสูง 100 m อย่างอิสระ จงหาขนาดของแรงที่กระทำกับวัตถุ

วาดรูปตามโจทย์



จากกฎการเคลื่อนที่ข้อสองของนิวตัน  $\Sigma F = ma$

$$\text{จะได้ } F = m(g)$$

$$F = 5(10)$$

$$\therefore F = 50 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

#### ข้อสังเกต

- แรงที่กระทำกับวัตถุที่ตกอย่างอิสระ ก็คือแรงดึงดูดของโลก หรือน้ำหนักของวัตถุนั้นเอง

### ตัวอย่างที่ 4

วัตถุหนึ่งถูกแรง 200 N กระทำแล้วทำให้เกิดความเร่ง  $10 \text{ m/s}^2$  ถ้าวัตถุก้อนนี้ถูกแรง 100 N กระทำจะเกิดความเร่งเท่าใด

“วาดรูปตาม โจทย์”



สามารถหามวลวัตถุได้จากข้อมูลรูปแรก จาก  $\Sigma F = ma$

$$\text{จะได้ } F_1 = ma_1$$

$$\therefore m = \frac{F_1}{a_1} = \frac{200}{10} = 20 \text{ kg}$$

สามารถหาความเร่ง  $a_2$  ได้จากข้อมูลรูปที่สอง จาก  $\Sigma F = ma$

$$\text{จะได้ } F_2 = ma_2$$

$$\therefore a_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{100}{20} = 5 \text{ m/s}^2 \quad \text{Ans}$$



หรืออาจหาคำตอบได้จากการพิจารณาความสัมพันธ์ของปริมาณที่เป็นปฏิภาคกัน จากสมการ  $\Sigma F = ma$

$$\text{หรือ } F = ma$$

เมื่อ  $m$  คงที่ จะได้ความสัมพันธ์  $F \propto a$

$$\text{หรือ } \frac{F_2}{F_1} = \frac{a_2}{a_1}$$

$$\text{แทนค่าจะได้ } \frac{100}{200} = \frac{a_2}{10}$$

$$\therefore a_2 = 5 \text{ m/s}^2 \text{ Ans}$$

### ตัวอย่างที่ 5

แรงขนาดหนึ่งเมื่อกระทำกับวัตถุมวล  $m_1$  ทำให้เกิดความเร่ง  $20 \text{ m/s}^2$  เมื่อแรงขนาดเดียวกันนี้ กระทำกับวัตถุมวล  $m_2$  ทำให้เกิดความเร่ง  $5 \text{ m/s}^2$  จงหาอัตราส่วนของมวล  $m_1/m_2$

“วาดรูปตามโจทย์”



ข้อมูลจากรูป จาก  $\Sigma F = ma$

$$\text{จะได้ } F = m_1 a_1 \text{ --- (1)}$$

$$\text{และ } F = m_2 a_2 \text{ --- (2)}$$

สมการ (1) = (2) ,  $m_1 a_1 = m_2 a_2$

$$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \text{ Ans}$$

หรืออาจหาคำตอบได้จากการพิจารณาความสัมพันธ์ของปริมาณที่เป็นปฏิภาคกัน จากสมการ  $\Sigma F = ma$

$$\text{หรือ } F = ma$$

เมื่อ  $F$  คงที่ จะได้ความสัมพันธ์  $m \propto \frac{1}{a}$

$$\text{หรือ } \frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

$$\text{แทนค่าจะได้ } \frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{20}$$

$$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4} \text{ Ans}$$

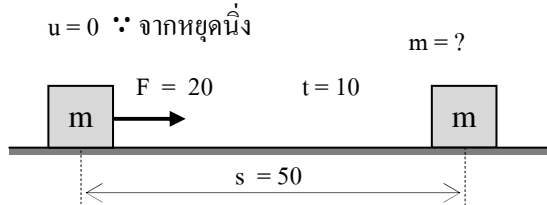
### ข้อสังเกต

- จากสองตัวอย่างข้างต้น การหาคำตอบด้วยวิธีหาความสัมพันธ์ของปริมาณที่เป็นปฏิภาคกัน จะได้คำตอบง่าย และรวดเร็วขึ้น ข้อสอบแข่งขันทั่ว ๆ ไป มักออกสอบในแนวนี้ นักเรียนควรฝึกและทำความเข้าใจ ในการสรุปความสัมพันธ์ของปริมาณต่าง ๆ ที่เป็นปฏิภาคกัน (รายละเอียดในบทหน้า) ฝึกให้คล่องมีประโยชน์มากครับ



### ตัวอย่างที่ 6

แรงขนาด 20 N กระทำต่อวัตถุก้อนหนึ่งให้เคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่ง ในเวลา 10 วินาที วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ 50 m วัตถุก้อนนี้มีมวลเท่าใด



“วาดรูปตาม โจทย์ เขียนแรง และปริมาณต่าง ๆ ลงไป ให้หมด”

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{จะได้ } F = ma \text{ --- (1)}$$

หา  $m$  รู้  $F$  ไม่รู้  $a$  ∴ หา  $a$  ก่อน

หา  $a$  ได้จาก  $s = ut + \frac{1}{2}at^2$  (เรื่องการเคลื่อนที่แนวตรง)

$$50 = 0 + \frac{1}{2}a(10^2)$$

$$a = 1 \text{ m/s}^2$$

แทนค่า  $a = 1$  ใน (1)

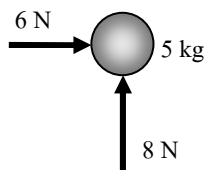
$$F = ma$$

$$20 = m(1)$$

$$\therefore m = 20 \text{ kg} \quad \text{Ans}$$

### ตัวอย่างที่ 7

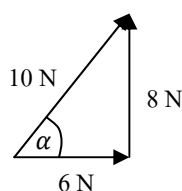
มวล 5 kg ถูกแรง 6 N และ 8 N กระทำในแนวตั้งฉากกันดังรูป จงหาความเร่งของมวลนี้



$$\text{จาก } \Sigma F = ma \text{ --- (1)}$$

หา  $a$  รู้  $m$  ไม่รู้  $\Sigma F$  ∴ หา  $\Sigma F$  ก่อน

หาแรงลัพธ์  $\Sigma F$  โดยการรวมแรง 6 N และ 8 N แบบทางต่อหัว



ขนาดของแรงลัพธ์

$$\Sigma F = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ N}$$

ทิศทางของแรงลัพธ์

$$\tan \alpha = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\alpha = 53^\circ$$

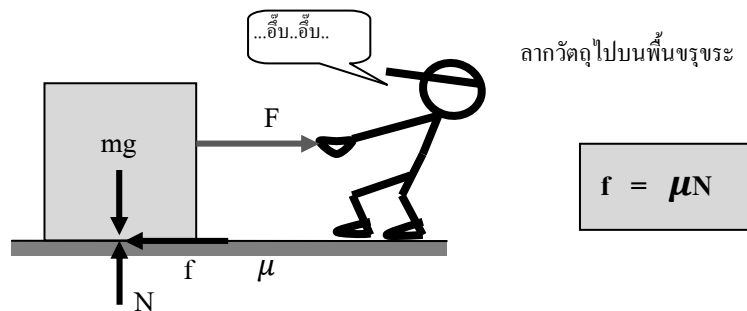


แทนค่า  $\Sigma F = 10$  ลงใน (1)

จะได้  $a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{10}{5} = 2 \text{ m/s}^2$  มีทิศทางเดียวกันกับทิศแรงลัพธ์คือทำมุม  $53^\circ$  กับแนวแรง 6 N **Ans**

### 3.3 แรงเสียดทาน (Frictional force)

แรงเสียดทาน “f” หมายถึง แรงต้านการเคลื่อนที่ที่ผิวสัมผัสของวัตถุ เช่นออกแรงลากวัตถุไปบนพื้น จะรู้สึกว่ามีแรงต้านไม่ให้วัตถุเคลื่อนที่ ซึ่งก็คือแรงเสียดทานที่ผิวสัมผัสของวัตถุกับพื้นนั่นเอง แรงเสียดทานมีทิศทางกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ ในชีวิตประจำวันจะมีแรงเสียดทานเข้ามาเกี่ยวข้องตลอดเวลา เช่นการเดิน ต้องอาศัยต้องอาศัยแรงเสียดทานของผิวหนังกับพื้นรองเท้า การเคลื่อนที่ หรือการหยุดของรถต้องอาศัยแรงเสียดทานของผิวหนังกับยางรถยนต์ เป็นต้น



แรงเสียดทาน f มีขนาดเท่ากับสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างผิวสัมผัส  $\mu$  คูณกับแรงปฏิกิริยา N แรงเสียดทานมีทิศสวนทางกับทิศของการเคลื่อนที่เสมอ

แรงเสียดทานแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1. แรงเสียดทานสถิต (Static friction) “ $f_s$ ” เป็นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อมีแรงภายนอกกระทำต่อวัตถุ พยายามให้วัตถุนั้นเคลื่อนที่ แต่วัตถุยังไม่เคลื่อนที่ แรงเสียดทานสถิตมีค่าไม่คงตัว จะมีค่าน้อยสุดเป็นศูนย์ และมีค่ามากที่สุดเมื่อวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ (หมายถึงยังไม่เคลื่อนที่)
2. แรงเสียดทานจลน์ (Kinetic friction) “ $f_k$ ” เป็นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุกำลังเคลื่อนที่ มีค่าคงตัวเสมอ

“นึกภาพออกแรงลากวัตถุเริ่มจากแรงเป็นศูนย์. ออกแรงเพิ่มขึ้น ๆ อึ๊บ ๆ เรื่อย ๆ.. ๆ จนวัตถุเริ่มจะขยับแต่ยังไม่ขยับ นักเรียนจะรู้สึกได้ว่าออกแรงไป 0...ถึง  $f_s (= \mu_s N)$  นิวตัน และเมื่อออกแรงเกิน  $f_s$  นิวตัน วัตถุจะเคลื่อนที่ไปตามทิศทางของแรงลาก แต่ยังคงมีแรงเสียดทานคอยต้านการเคลื่อนที่ มีขนาดคงที่  $f_k (= \mu_k N)$  นักเรียนจะรู้สึกว่าจะมีวัตถุเคลื่อนที่ไปแล้ว จะออกแรงลากน้อยกว่าตอนวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ ทำไมถึงเป็นอย่างนั้น?”

#### ข้อสังเกต

- ที่ผิวสัมผัสเดียวกันสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต  $\mu_s >$  สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์  $\mu_k$  เสมอ (ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของผิวสัมผัสแต่ละคู่ดูได้จากหนังสือแบบเรียนของ สสวท.)
- แรงเสียดทานสถิต ไม่จำเป็นต้องมากกว่าแรงเสียดทานจลน์ เสมอไป
- แรงเสียดทานสถิตเมื่อวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ ( $\mu_s N$ )  $>$  แรงเสียดทานจลน์ ( $\mu_k N$ ) เสมอ
- แรงปฏิกิริยา N มีทิศตั้งฉากกับผิวสัมผัสเสมอ
- น้ำหนักของวัตถุ  $W = mg$  มีทิศตั้งฉากกับศูนย์กลางของโลกเสมอ



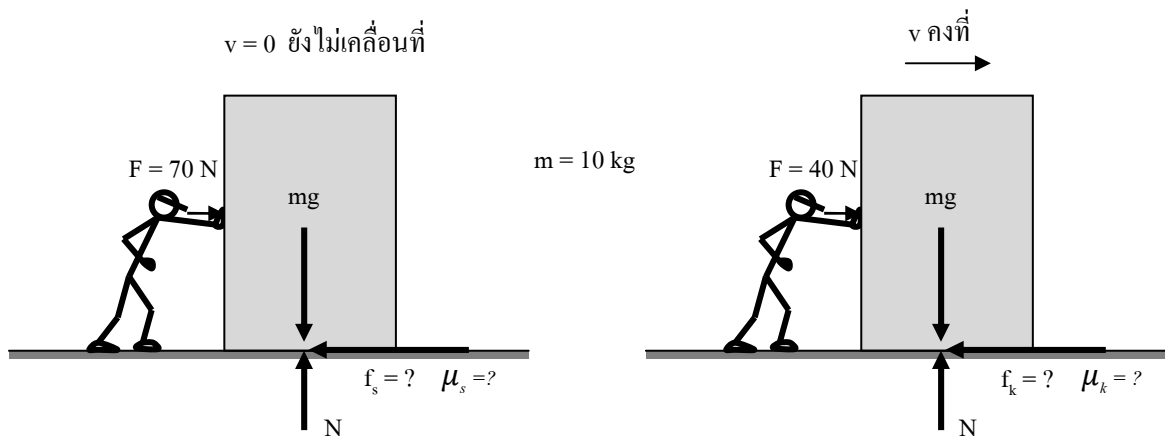
- ▶ ลากวัตถุขึ้นเดียวกันบนพื้นปูกระเบื้องผิวมันกับพื้นถนนคอนกรีตอันไหนจะออกแรงมากกว่ากัน เพราะเหตุใด?

### ตัวอย่างที่ 8

ออกแรงในแนวระดับ ผลักกล่องใบหนึ่งมวล 10 kg ให้เคลื่อนที่แบบไกล่ไปบนพื้นราบ กล่องเริ่มเคลื่อนที่เมื่อใช้แรงขนาด 70 N หลังจากนั้นกล่องเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วคงที่ ในขณะที่ใช้แรงผลักขนาด 40 N จงหา

- ก. แรงเสียดทานสถิตสูงสุด และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างผิวกล่องกับพื้น  
ข. แรงเสียดทานจลน์ และสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างผิวกล่องกับพื้น

วาดรูปตามโจทย์ เขียนแรง และปริมาณต่าง ๆ ลงไปให้หมด



- ก.  $f_s = ?$ ,  $\mu_s = ?$

แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุเริ่มเคลื่อนที่ คือแรงเสียดทานสถิตสูงสุด  $f_s$

พิจารณาารูปแรก แรงในแนวระดับ  $\Sigma F_x = ma_x$

$$F - f_s = ma_x$$

$$70 - f_s = 10(0) \quad (\text{ยังไม่เคลื่อนที่} \therefore a_x = 0)$$

$$\therefore f_s = 70 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

หาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต  $\mu_s$  จาก  $f_s = \mu_s N$  --- (1)

พิจารณาารูปแรก แรงในแนวตั้ง  $\Sigma F_y = ma_y$

$$N - mg = ma_y$$

$$N - 10(10) = 10(0) \quad (\text{ไม่เคลื่อนที่แนวตั้ง} \therefore a_y = 0)$$

$$N = 100 \text{ N}$$

แทนค่า  $N = 100$  ใน (1)

$$f_s = \mu_s N$$

$$70 = \mu_s(100)$$

$$\therefore \mu_s = 0.7 \quad \text{Ans}$$



ข.  $f_k = ?$ ,  $\mu_k = ?$

แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไปแล้ว คือแรงเสียดทานจลน์  $f_k$

พิจารณารูปที่สอง แรงในแนวระดับ  $\Sigma F_x = ma_x$

$$F - f_k = ma_x$$

$$40 - f_k = 10(0) \quad (\text{เคลื่อนที่ด้วย } v \text{ คงที่ } \therefore a_x = 0)$$

$$\therefore f_k = 40 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

หาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์  $\mu_k$  จาก  $f_k = \mu_k N$  --- (1)

พิจารณารูปที่สอง แรงในแนวตั้ง  $\Sigma F_y = ma_y$

$$N - mg = ma_y$$

$$N - 10(10) = 10(0) \quad (\text{ไม่เคลื่อนที่แนวตั้ง } \therefore a_y = 0)$$

$$N = 100 \text{ N}$$

แทนค่า  $N = 100$  ใน (1)

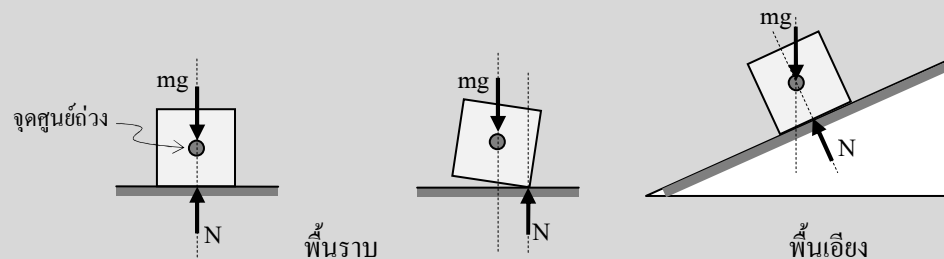
$$f_k = \mu_k N$$

$$40 = \mu_k (100)$$

$$\therefore \mu_k = 0.4 (< \mu_s) \quad \text{Ans}$$

### ข้อสังเกต

- หลักการเขียนตำแหน่งของแรงเนื่องจากน้ำหนักวัตถุ  $mg$  และแรงปฏิกิริยา  $N$  เมื่อวัตถุวางอยู่บนพื้น



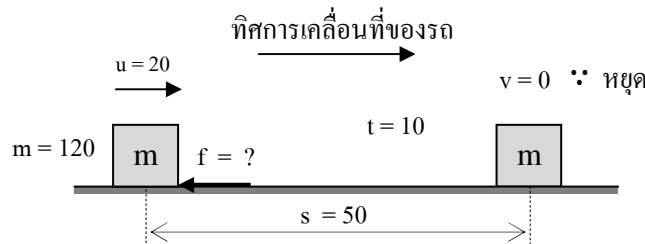
เมื่อวัตถุวางอยู่บนพื้นไม่ว่าจะเป็นพื้นราบหรือพื้นเอียง แนวแรงเนื่องจากน้ำหนักวัตถุ  $mg$  จะมีทิศทางลงผ่านจุดศูนย์กลางของวัตถุนั้น ส่วนแรงปฏิกิริยาที่พื้นกระทำกับวัตถุ  $N$  จะมีทิศพุ่งเข้าหาวัตถุ และอยู่ในแนวตั้งฉากกับพื้น ณ ตำแหน่งที่สัมผัสกับวัตถุ ในการวาดรูปเพื่อให้สะดวกต่อการคำนวณ อาจเขียนตำแหน่งแรง  $mg$  และ  $N$  เลื่อนขึ้นลงให้อยู่ในแนวแรง(เส้นประ)ก็ได้

- ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต  $\mu_s$  หาได้จากแรงเสียดทานสถิตสูงสุด



### ตัวอย่างที่ 9

ลังใบหนึ่งมวล 120 kg ตกลงมาจากรถกระบะพ้อค้าที่กำลังแล่นด้วยความเร็ว 20 m/s ถ้าลังใบนี้ไถลตามพื้นถนนไปได้ไกล 50 m จึงหยุด จงหาขนาดแรงต้านทานการเคลื่อนที่ของพื้นถนนที่กระทำต่อลัง



“วาดรูปตามโจทย์ พิจารณาวัตถุคือลัง เคลื่อนที่ไถลไปบนพื้นถนนแล้วหยุด ใส่แรงที่กระทำกับลังและปริมาณที่เกี่ยวข้องลงไป”

ขณะลังตกลงมาจากรถ จะเคลื่อนที่ต่อไปในทิศทางเดียวกันกับรถ โดยมีความเร็วต้น  $u$  เท่ากับความเร็วของรถในขณะนั้น ดังนั้น  $u = 20$  m/s ลังจะเคลื่อนที่ไถลไปบนพื้นถนนโดยมีความเร็วลดลงเรื่อยๆ จนหยุดเคลื่อนที่ การที่ลังมีความเร็วเปลี่ยนไปแสดงว่ามีความเร่ง(ความหน่วง)เกิดขึ้น เมื่อมีความเร่ง ก็ต้องมีแรงมากระทำตามกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน และแรงที่มากระทำ ขณะลังไถลไปจนหยุดนิ่งคือแรงเสียดทานจลน์ระหว่างผิวพื้นถนนกับลัง และมีทิศต้านการเคลื่อนที่ของลัง ถ้าไม่มีแรงเสียดทาน หรือแรงต้านการเคลื่อนที่ใด ๆ ลังจะเคลื่อนที่ต่อไปด้วยความเร็วคงที่เท่ากับ 20 m/s ตามกฎข้อที่ 1 ของนิวตัน

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{จะได้ } f = ma \text{ --- (1)}$$

หา  $f$  รู้  $m$  ไม่รู้  $a$   $\therefore$  หา  $a$  ก่อน

หา  $a$  จาก  $v^2 = u^2 + 2as$  (เรื่องการเคลื่อนที่แนวตรง)

$$0 = 20^2 + 2a(50)$$

$$a = -4 \text{ m/s}^2 \quad (a \text{ ติด - เป็นความหน่วงมีทิศตรงข้ามกับ } u)$$

แทนค่า  $a = -4$  ใน (1)

$$f = ma$$

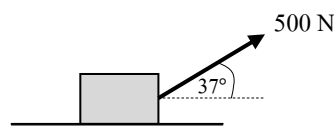
$$f = 120(-4)$$

$$f = -480 \text{ N} \quad (\text{แรงติด - แสดงว่ามีทิศตรงข้ามกับทิศทางเคลื่อนที่ของวัตถุ})$$

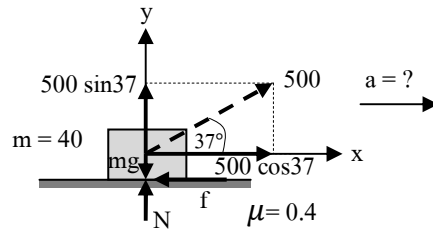
$\therefore$  แรงต้านการเคลื่อนที่ของพื้นถนนมีขนาด 480 N **Ans**

### ตัวอย่างที่ 10

ออกแรง 500 N ทำมุม  $37^\circ$  กับแนวระดับดึงรูป ดึงวัตถุมวล 40 kg ซึ่งวางอยู่บนพื้นมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.4 ให้เคลื่อนที่ไปในแนวระดับ จงหาความเร่งของวัตถุ



“ก่อนอื่น วาดรูปตามโจทย์ เขียนแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ”



“ในตัวอย่างนี้ค่า สปส. ความเสียดทานที่กำหนดมาให้ เป็นสปส. ความเสียดทานจลน์ แม้โจทย์ไม่ระบุชัดเจนแต่เราต้องรู้เอง เพราะเกิดขณะวัตถุเคลื่อนที่ ถ้าวัตถุไม่เคลื่อนที่จะเป็นสปส. ความเสียดทานสถิต”

เนื่องจากวัตถุเคลื่อนที่ไปในแนวระดับ เพื่อให้ง่ายในการคำนวณ จะแตกแรง 500 N ให้อยู่ในระบบพิกัดฉาก (x-y) ก่อน

พิจารณาแนวระดับ หาความเร่ง a ของวัตถุ

$$\text{จาก } \Sigma F_x = ma_x$$

$$\text{จะได้ } 500 \cos 37 - f = ma \text{ --- (1)}$$

หา a รู้ m ไม่รู้ f ∴ หา f ก่อน

$$\text{จาก } f = \mu N \text{ รู้ } \mu \text{ ไม่รู้ } N$$

พิจารณาแนวตั้ง หาแรงปฏิกิริยา N

$$\text{จาก } \Sigma F_y = ma_y$$

$$\text{จะได้ } N + 500 \sin 37 - mg = ma_y$$

$$N + 500(3/5) - 40(10) = 0 \text{ (ไม่เคลื่อนที่แนวตั้ง } \therefore a_y = 0)$$

$$N = 100 \text{ N}$$

$$\text{แทนค่า จะได้ } f = \mu N = 0.4(100) = 40 \text{ N}$$

$$\text{แทนค่า } f = 40 \text{ ใน (1)}$$

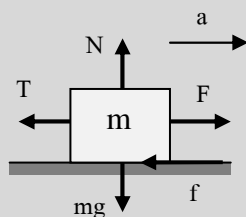
$$500 \cos 37 - f = ma$$

$$500(4/5) - 40 = 40a$$

$$\therefore a = 9 \text{ m/s}^2 \text{ Ans}$$

### ข้อสังเกต

- หลักการใช้สมการ  $\Sigma F = ma$  ตามกฎข้อ 2 ของนิวตัน  $\Sigma F$  คือผลรวม(แบบเวกเตอร์)ของแรง หรือแรงลัพธ์ที่ทำให้วัตถุมวล m เคลื่อนที่ไปด้วยความเร่ง a ในทิศทางเดียวกับแรงลัพธ์นั้น เพื่อให้ง่ายในการทำความเข้าใจ  $\Sigma F$  อาจให้ความหมายว่าหมายถึงแรงทั้งหมดที่เสริมการเคลื่อนที่ ลบด้วยแรงทั้งหมดที่ต้านการเคลื่อนที่ก็ได้



$$\Sigma F = ma$$

$$F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$F - T - f = ma$$





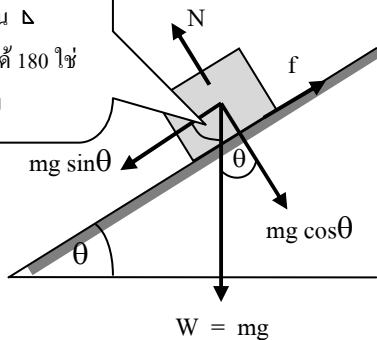
### ตัวอย่างที่ 11

แท่งคอนกรีตอันหนึ่ง วางบนแผ่นกระดานยาวที่ทำเป็นพื้นเอียง สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน ระหว่างสองผิวมีค่า  $\mu_s = 1.0$  และ  $\mu_k = 0.80$  จงหาค่ามุม  $\theta$  ที่พื้นเอียงทำกับแนวระดับที่ทำให้แท่งคอนกรีตเริ่มเคลื่อนที่ และหลังจากเคลื่อนที่แล้วแท่งคอนกรีตจะมีความเร่งเท่าใด ถ้าค่ามุมไม่เปลี่ยนแปลง

“วาดรูปตามโจทย์ เขียนแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ จะทำให้มองภาพออก และแก้ปัญหาโจทย์ได้ง่ายขึ้นเป็นเทคนิคอีกอย่าง ในการทำโจทย์ฟิสิกส์”

“แรงทั้งหมดเป็นแรงที่กระทำกับวัตถุที่พิจารณา ไม่ใช่แรงที่กระทำกับพื้นหรือสิ่งอื่น จะวิเคราะห์ที่วัตถุและใช้แรงที่กระทำกับวัตถุเท่านั้น เมื่อวาดรูปแล้วจะเห็นว่า มีแรงกระทำกับวัตถุเป้าหมาย 3 แรง คือ แรงเนื่องจากน้ำหนักของวัตถุ  $w = mg$  มีทิศตั้งลงเสมอ , แรงเสียดทานของพื้นที่ผิวสัมผัส  $f$  ในแนวขนานกับพื้นเอียงทิศขึ้นสวนทางการเคลื่อนที่ของวัตถุที่พยายามเคลื่อนที่ลง , และแรงปฏิกิริยาของพื้น  $N$  ในทิศตั้งฉากกับพื้นเอียง จากนั้นแตกแรงเนื่องจากน้ำหนักของวัตถุออกเป็น 2 แนวที่ตั้งฉากกันคือ  $mg \sin\theta$  และ  $mg \cos\theta$  ดังรูป”

∵ มุมนี้  $90-\theta$  ∴ มุมที่เหลืออีกไปคือ  $\theta$   
มุมภายใน  $\Delta$   
รวมกันได้  $180$  ไข  
ไหมครับ



หามุม  $\theta$  ที่ทำให้แท่งคอนกรีตเริ่มเคลื่อนที่ แสดงว่าแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเป็นแรงเสียดทานสถิตที่มีค่ามากที่สุด พิจารณาตามแนวเอียงของพื้นจะได้

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } mg \sin\theta - f_s = ma \quad \text{แต่ } a = 0 \quad (\text{ยังไม่เคลื่อนที่})$$

$$\therefore mg \sin\theta = f_s \quad \text{--- (1)}$$

$$\text{หา } f_s \text{ จาก } f_s = \mu_s N \quad \text{รู้ } \mu_s \text{ ไม่รู้ } N$$

พิจารณาแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง หาแรงปฏิกิริยา  $N$

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{จะได้ } N - mg \cos\theta = ma$$

$$N - mg \cos\theta = 0 \quad (\text{ไม่เคลื่อนที่แนวตั้งฉากกับพื้นเอียง } \therefore a = 0)$$

$$N = mg \cos\theta$$



แทนค่า  $N$  จะได้  $f_s = \mu_s N = 1.0 mg \cos\theta = mg \cos\theta$

แทนค่า  $f_s$  ใน (1)

$$mg \sin\theta = mg \cos\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 1.0$$

$$\tan\theta = 1.0$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \quad \text{Ans}$$

หาความเร่งของแท่งคอนกรีต หลังจากเคลื่อนที่แล้ว แสดงว่าแรงเสียดทานที่เกิดขึ้น เป็นแรงเสียดทานจลน์ พิจารณาตามแนวเอียงของพื้นจะได้

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } mg \sin\theta - f_k = ma$$

$$mg \sin\theta - \mu_k N = ma$$

$$mg \sin\theta - \mu_k (mg \cos\theta) = ma \quad (N = mg \cos\theta)$$

$$10 \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 0.80 (10) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = a \quad (\text{หารด้วย } m \text{ ทั้งสองข้าง})$$

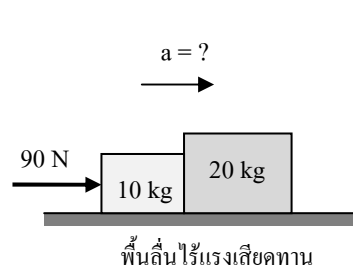
$$\therefore a = \sqrt{2} = 1.414 \text{ m/s}^2 \quad \text{Ans}$$

### ข้อสังเกต

- จากโจทย์จะเห็นว่าเราไม่จำเป็นต้องรู้ขนาดมวล  $m$  ก็สามารถคำนวณหาคำตอบออกมาได้ ในสมการจะตัดกันหายไปเอง การทำโจทย์ให้นักเรียนวาดรูป เขียนสูตร หรือสมการที่เกี่ยวข้องลงไปก่อน แล้วค่อยกำจัดตัวแปรไปที่ละตัว อย่าคิดว่าโจทย์ไม่ให้ค่ามา ยากทำไม่ได้ ให้ใจเย็น ๆ ค่อย ๆ คิดไปแล้วนักเรียนก็จะทำได้เองครับ

### ตัวอย่างที่ 12

ออกแรง 90 N ผลักวัตถุมวล 10 kg ซึ่งอยู่ติดอยู่กับมวล 20 kg ให้เคลื่อนที่บนพื้นลื่นดังรูป จงหา



ก. ความเร่งของมวลทั้งสอง

ข. แรงกระทำระหว่างมวลทั้งสอง

ค. ถ้าแรง 90 N กระทำด้านมวล 20 kg ความเร่งและแรงกระทำระหว่างมวลทั้งสองจะเป็นเท่าไร

ก. ความเร่ง  $a = ?$

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$



หรือ  $F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$

เมื่อคิดทั้งระบบ  $m = 10 + 20 = 30 \text{ kg}$  (มองภาพรวมให้มวลเป็นก้อนเดียว)

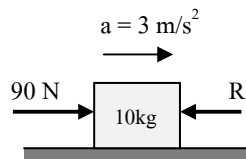
จะได้  $90 = 30(a)$

$\therefore a = 3 \text{ m/s}^2$  **Ans**

ข. แรงกระทำระหว่างมวล R

แยกมวลทั้งสองก้อนออกจากกันเขียนแรงที่กระทำกับมวลแต่ละก้อน

พิจารณาที่มวล 10 kg



“แรงกระทำระหว่างมวล R เป็นแรงคู่กิริยา-ปฏิกิริยา ระหว่างมวลทั้งสอง มีขนาดเท่ากันทิศทางตรงกันข้ามกัน และกระทำกับวัตถุคนละก้อน ตามกฎข้อ 3 ของนิวตัน”

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

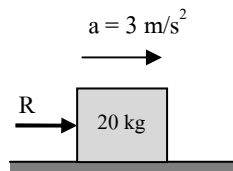
จาก  $\Sigma F = ma$

หรือ  $F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$

$90 - R = 10(3)$

$\therefore R = 60 \text{ N}$  **Ans**

พิจารณาที่มวล 20 kg



จาก  $\Sigma F = ma$

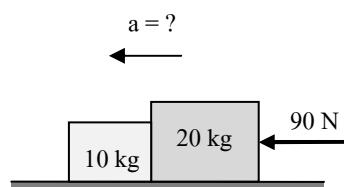
หรือ  $F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$

$R = 20(3)$

$\therefore R = 60 \text{ N}$  **Ans** (เท่ากับที่กระทำกับมวล 10 kg)

แรงกระทำระหว่างมวล สามารถหาได้จากการพิจารณาที่มวลก้อนใดก็ได้ จะได้คำตอบเท่ากัน

ค.



หาความเร่ง  $a = ?$



จาก  $\Sigma F = ma$

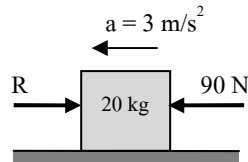
หรือ  $F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$

เมื่อคิดทั้งระบบ  $m = 10 + 20 = 30 \text{ kg}$

จะได้  $90 = 30 (a)$

$\therefore a = 3 \text{ m/s}^2$     **Ans** (ความเร่งเท่ากัน ไม่ว่าจะผลักด้านใด)

พิจารณาที่มวล 20 kg



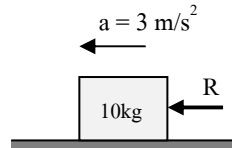
จาก  $\Sigma F = ma$

หรือ  $F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$

$90 - R = 20 (3)$

$\therefore R = 30 \text{ N}$     **Ans** (แรงกระทำระหว่างมวล ไม่เท่ากับคำตอบข้อ ข.)

พิจารณาที่มวล 10 kg



จาก  $\Sigma F = ma$

หรือ  $F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$

$R = 10 (3)$

$\therefore R = 30 \text{ N}$     **Ans**

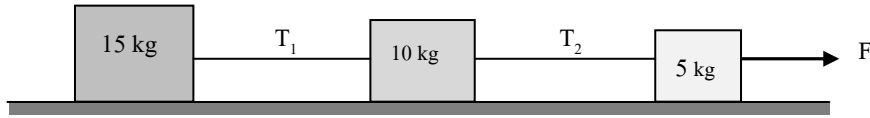
**ข้อสังเกต**

- ในความเป็นจริง วัตถุวางอยู่บนพื้นจะมีแรงเนื่องจากน้ำหนักของตัวเอง  $mg$  และแรงปฏิกิริยาของพื้น  $N$  กระทำกับวัตถุด้วย หากแรงทั้งสองไม่มีผลต่อการคำนวณ หรือเกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ก็ไม่จำเป็นต้องเขียนลงไปในรูปแบบก็ได้ แต่เราต้องรู้ว่ามียังแรงทั้งสองกระทำอยู่ด้วย



### ตัวอย่างที่ 13

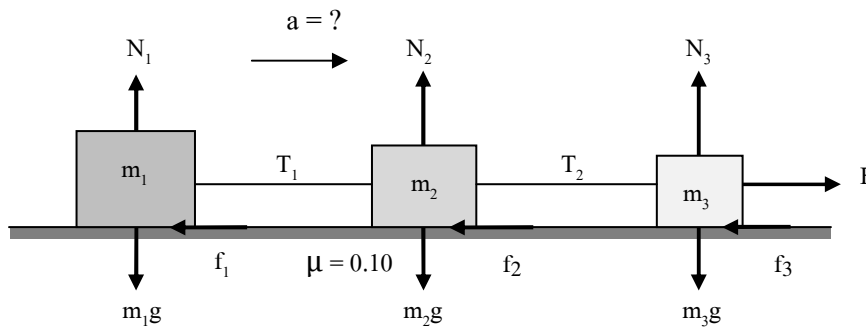
แรง  $F$  ขนาด  $120\text{ N}$  ดึงมวล  $5\text{ kg}$  ซึ่งโยงติดกับมวล  $10\text{ kg}$  และ  $15\text{ kg}$  ด้วยเชือกเบา จงหาความเร่ง แรงดึงในเส้นเชือก  $T_1$  และ  $T_2$  ถ้าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทาน  $\mu = 0.10$



หาความเร่ง  $a$

พิจารณาทั้งระบบ

“วาดรูปตามโจทย์ เขียนแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ”



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } F - f_1 - f_2 - f_3 = ma$$

$$F - \mu N_1 - \mu N_2 - \mu N_3 = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

$$120 - \mu(N_1 + N_2 + N_3) = (15 + 10 + 5)a$$

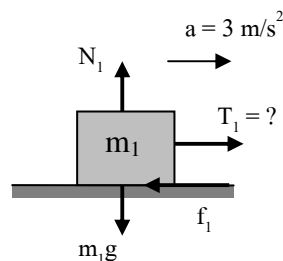
$$120 - 0.1(15(10) + 10(10) + 5(10)) = 30a \quad (\text{แทนค่า } N = mg)$$

$$\therefore a = 3\text{ m/s}^2 \quad \text{Ans}$$

หาแรงดึงในเส้นเชือก  $T_1$

พิจารณาที่มวล  $15\text{ kg}$

“หาแรงดึงเชือก  $T_1$  โดยตัดส่วนต่อระหว่างมวล  $10\text{ kg}$  และ  $15\text{ kg}$  พิจารณาที่มวล  $15\text{ kg}$  ใส่แรงที่กระทำกับ  $m_1$  ลงไป”



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$



หรือ  $F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$

จะได้  $T_1 - f_1 = m_1 a$

$T_1 - \mu N_1 = m_1 a$

$T_1 - \mu m_1 g = m_1 a$

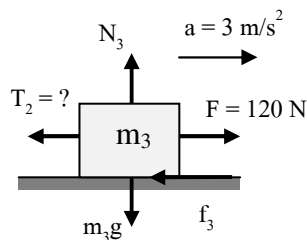
$T_1 = m_1(a + \mu g)$

$T_1 = 15(3 + 0.1(10))$

$\therefore T_1 = 60 \text{ N}$  **Ans**

หาแรงดึงในเส้นเชือก  $T_2$

พิจารณาที่มวล  $5 \text{ kg}$



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

จาก  $\Sigma F = ma$

หรือ  $F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$

จะได้  $F - T_2 - f_3 = m_3 a$

$F - T_2 - \mu N_3 = m_3 a$

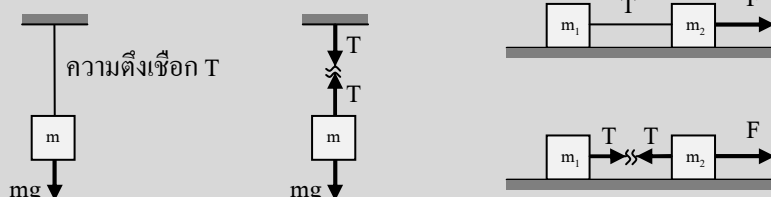
$F - T_2 - \mu(m_3 g) = m_3 a$

$120 - T_2 - 0.1(5 \times 10) = 5(3)$

$\therefore T_2 = 100 \text{ N}$  **Ans**

### ข้อสังเกต

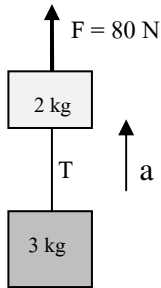
- แรงดึงเชือก แรงดึงเชือก หรือความตึงเชือก ในเส้นเชือกมวลเบา ถือว่ามีค่าเท่ากันตลอดความยาวเส้นเชือก และทุกส่วนของเส้นเชือกจะมีแรงดึงซึ่งกันและกัน ทำให้เส้นเชือกตึง เมื่อพิจารณาวัตถุแต่ละชิ้นที่เชื่อมต่อกันด้วยเส้นเชือกให้แยกออกจากกัน ให้คิดเสมือนว่าเอากรรไกรมาตัดเส้นเชือกให้ขาดออกจากกัน แล้วใส่แรงดึงเชือกแต่ละปลายของเส้นเชือกที่ถูกตัด





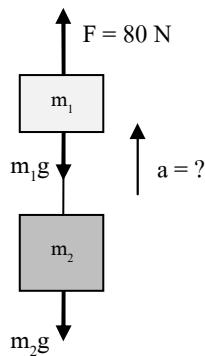
### ตัวอย่างที่ 14

แรง 80 N ดึงวัตถุมวล 2 kg และ 3 kg ขึ้นในแนวตั้งตรงรูป ถ้าไม่คิดแรงต้านของอากาศ จงหาความเร่งและความตึงในเส้นเชือก



หาความเร่ง  $a$

พิจารณาทั้งระบบ ให้คิดเสมือนอนุกรมมวลทั้งหมดเป็นก้อนเดียว แรงดึงเชือก  $T$  ถือว่าเป็นแรงภายในระบบไม่นำมาคิด



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

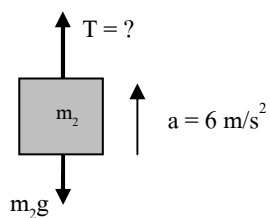
$$\text{จะได้ } F - m_1g - m_2g = (m_1 + m_2)a$$

$$80 - 2(10) - 3(10) = (2 + 3)a$$

$$\therefore a = 6 \text{ m/s}^2 \quad \text{Ans}$$

หาแรงดึง หรือความตึงในเส้นเชือก  $T$

พิจารณามวล 3 kg





พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

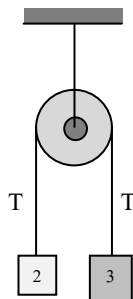
$$\text{จะได้ } T - m_2g = m_2a$$

$$T - 3(10) = 3(6)$$

$$\therefore T = 48 \text{ N } \quad \text{Ans}$$

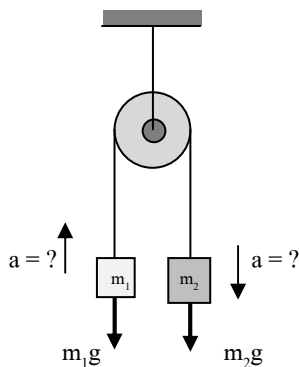
### ตัวอย่างที่ 15

มวล 2 kg และ 3 kg แขนงอยู่ที่ปลายเชือกคล้องผ่านรอกกลิ้งดังรูป ถ้าเชือกและรอกมีมวลน้อยมาก จงหา ความเร่ง และแรงดึงในเส้นเชือก



หาความเร่ง a

พิจารณาทั้งระบบ มวล 3 kg ซึ่งหนักกว่าจะเคลื่อนที่ลง ส่วนมวล 2 kg จะเคลื่อนที่ขึ้น มวลทั้งสองเคลื่อนที่ด้วยขนาดความเร่ง a เท่ากัน แต่ทิศตรงข้ามกัน



“วาดรูปตามโจทย์ เขียนแรงภายนอกทั้งหมด ที่กระทำกับวัตถุ”

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } m_2g - m_1g = (m_1 + m_2)a$$

$$3(10) - 2(10) = (2 + 3)a$$

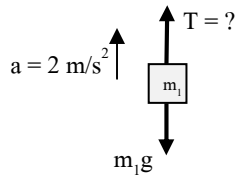
$$\therefore a = 2 \text{ m/s}^2 \quad \text{Ans}$$





หาแรงดึงในเส้นเชือก

พิจารณามวล 2 kg



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{ดึง}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

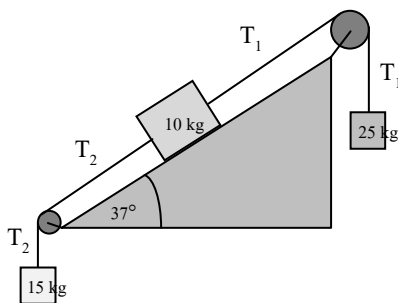
$$\text{จะได้ } T - m_1g = m_1a$$

$$T - 2(10) = 2(2)$$

$$\therefore T = 24 \text{ N } \quad \underline{\text{Ans}}$$

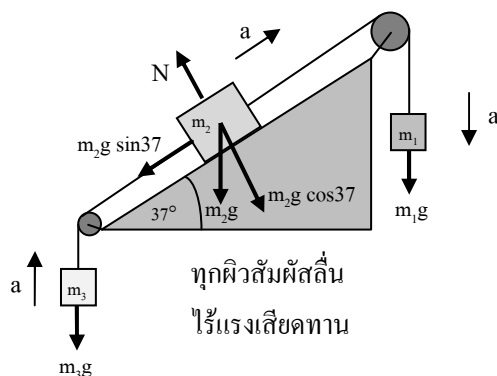
### ตัวอย่างที่ 16

จากรูป จงหาความเร่ง และแรงดึงเชือกที่ผูกระหว่างมวลแต่ละก้อน ถ้าให้ทุกผิวสัมผัสลื่น



หาความเร่ง a

พิจารณาทั้งระบบ



ทุกผิวสัมผัสลื่น  
ไร้แรงเสียดทาน

“ใส่แรงที่กระทำกับวัตถุทั้งหมด สมมติให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในทิศทางใดทางหนึ่ง วัตถุจะมีขนาดความเร่ง a เท่ากันเพราะว่าคล้องผ่านรอกเดี่ยวตายตัว”

จากรูปสมมติให้วัตถุเคลื่อนที่ลงมาจากมวล  $m_1$

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$



$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } m_1g - m_2g \sin 37 - m_3g = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

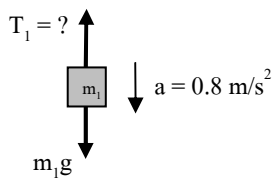
$$25(10) - 10(10)(3/5) - 15(10) = (25 + 10 + 15)a$$

$$\therefore a = 0.8 \text{ m/s}^2 \quad \text{Ans}$$

ความเร่ง  $a$  เป็นบวก แสดงว่าวัตถุเคลื่อนที่ไปในทิศตามที่สมมติไว้ หาก  $a$  เป็นลบจะเคลื่อนที่ในทิศตรงข้ามกับที่สมมติ

หาแรงตึงในเส้นเชือก  $T_1$

พิจารณาที่มวล  $m_1$



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

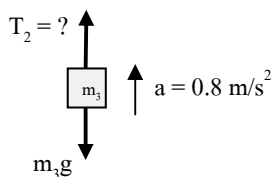
$$\text{จะได้ } m_1g - T_1 = m_1a$$

$$25(10) - T_1 = 25(0.8)$$

$$\therefore T_1 = 230 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

หาแรงตึงในเส้นเชือก  $T_2$

พิจารณาที่มวล  $m_3$



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } T_2 - m_3g = m_3a$$

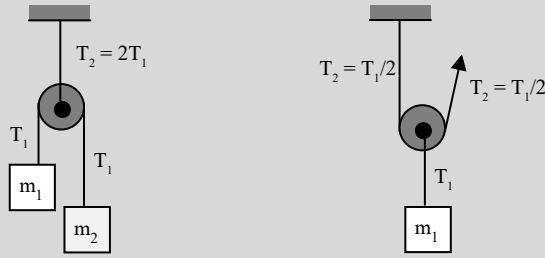
$$T_2 - 15(10) = 15(0.8)$$

$$\therefore T_2 = 162 \text{ N} \quad \text{Ans}$$



### ข้อสังเกต

- แรงดึงเชือกที่คล้องผ่านรอกแต่ละด้านจะมีค่าเท่ากันเสมอ

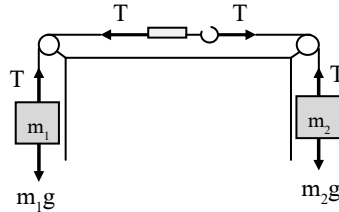


### 3.4 การหาค่าน้ำหนักของวัตถุจากตาชั่งสปริง

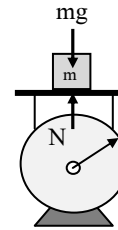
การหาค่าน้ำหนักของวัตถุจากเครื่องชั่ง หรือตาชั่งสปริงมีวิธีหาค่าได้อย่างไร นักเรียนจะได้เรียนรู้ในหัวข้อนี้



รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3

รูปที่ 1 และ 2 ค่าน้ำหนักของวัตถุที่อ่านได้จากตาชั่งสปริงจะมีขนาดเท่ากับแรงดึงเชือก T

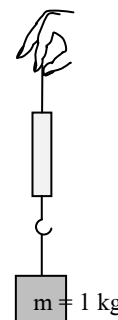
รูปที่ 3 ค่าน้ำหนักของวัตถุที่อ่านได้จากเครื่องชั่งจะเท่ากับค่าแรงปฏิกิริยา N ที่เครื่องชั่งกระทำกับวัตถุ

- ▶ ถ้าเราขึ้นบนเครื่องชั่งอยู่ในลิฟท์ หากลิฟท์ขาดตัวเราจะอยู่ในสภาพอย่างไร? และเครื่องชั่งจะอ่านค่าน้ำหนักได้เท่าไร?

### ตัวอย่างที่ 17

จับปลายด้านบนของตาชั่งสปริงที่มีมวล 1 kg ผูกติดอยู่ ตาชั่งสปริงจะอ่านค่าได้เท่าไรถ้าให้วัตถุ

- อยู่นิ่ง
- เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วคงที่
- เคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่
- เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งคงที่  $0.5 \text{ m/s}^2$
- เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่งคงที่  $0.5 \text{ m/s}^2$

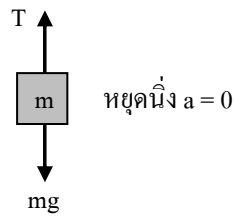




ตาชั่งสปริงจะอ่านค่าได้ เท่ากับแรงดึงเชือกที่แขวนและผูกติดกับมวล

ก. วัตถุอยู่นิ่ง

พิจารณาที่วัตถุ ใส่แรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ และปริมาณที่เกี่ยวข้องลงไปในรูปแบบ



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{ดึง}} - F_{\text{ดัน}} = ma$$

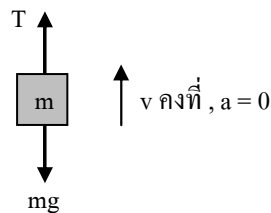
$$\text{จะได้ } T - mg = ma$$

$$T - 1(10) = 1(0)$$

$$\therefore T = 10 \text{ N (เท่ากับน้ำหนักของวัตถุ) } \underline{\text{Ans}}$$

ข. วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วคงที่

พิจารณาที่วัตถุ ใส่แรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ และปริมาณที่เกี่ยวข้องลงไปในรูปแบบ



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{ดึง}} - F_{\text{ดัน}} = ma$$

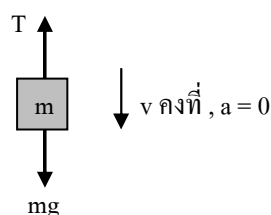
$$\text{จะได้ } T - mg = ma$$

$$T - 1(10) = 1(0)$$

$$\therefore T = 10 \text{ N (เท่ากับน้ำหนักของวัตถุ) } \underline{\text{Ans}}$$

ค. วัตถุเคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่

พิจารณาที่วัตถุ ใส่แรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ และปริมาณที่เกี่ยวข้องลงไปในรูปแบบ





พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

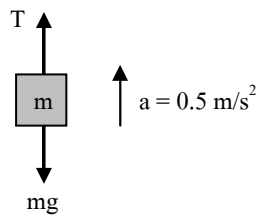
$$\text{จะได้ } mg - T = ma$$

$$1(10) - T = 1(0)$$

$$\therefore T = 10 \text{ N (เท่ากับน้ำหนักของวัตถุ) } \underline{\text{Ans}}$$

ง. วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งคงที่  $0.5 \text{ m/s}^2$

พิจารณาที่วัตถุ ใส่แรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ และปริมาณที่เกี่ยวข้องลงไปในรูปแบบ



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

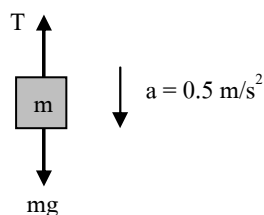
$$\text{จะได้ } T - mg = ma$$

$$T - 1(10) = 1(0.5)$$

$$\therefore T = 10.5 \text{ N (มากกว่าน้ำหนักของวัตถุ) } \underline{\text{Ans}}$$

จ. วัตถุเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่งคงที่  $0.5 \text{ m/s}^2$

พิจารณาที่วัตถุ ใส่แรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ และปริมาณที่เกี่ยวข้องลงไปในรูปแบบ



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } mg - T = ma$$

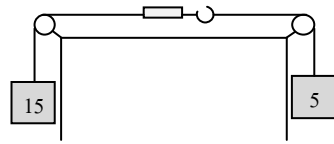
$$1(10) - T = 1(0.5)$$

$$\therefore T = 9.5 \text{ N (น้อยกว่าน้ำหนักของวัตถุ) } \underline{\text{Ans}}$$

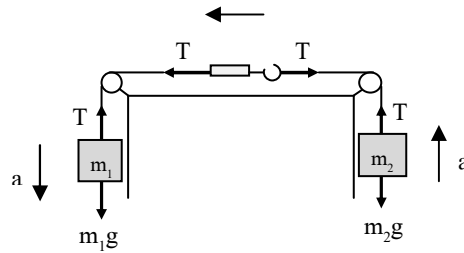


### ตัวอย่างที่ 18

วัตถุมวล 5 kg และ 15 kg ผูกติดกับตาชั่งสปริงคังรูป ตาชั่งสปริงจะอ่านค่าได้เท่าใด



ตาชั่งสปริงจะอ่านค่าได้ เท่ากับแรงดึงเชือกที่ผูกติดกับมวล โดยแรงดึงเชือกเส้นเดียวกันจะมีค่าเท่ากันตลอด  
พิจารณาที่วัตถุ ใส่แรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ และปริมาณที่เกี่ยวข้องลงไปในรูปแบบ



จากรูป วัตถุจะเคลื่อนที่ลงมาจากมวลที่มากกว่าคือมวล 15 kg เคลื่อนที่ลง ส่วนมวล 5 kg เคลื่อนที่ขึ้น  
พิจารณาการเคลื่อนที่ทั้งระบบ เพื่อหาความเร่ง a

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

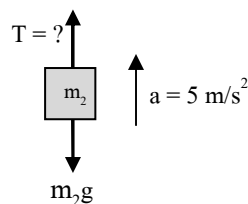
$$\text{จะได้ } m_1g - m_2g = (m_1 + m_2) a$$

$$15(10) - 5(10) = (15 + 5)a$$

$$\therefore a = 5 \text{ m/s}^2$$

หาแรงดึงเชือก T

พิจารณาที่มวล  $m_2$



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } T - m_2g = m_2a$$

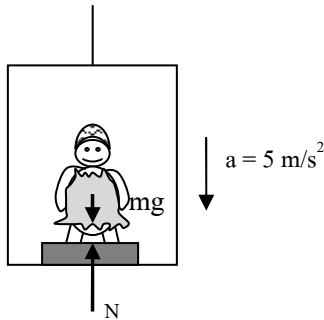
$$T - 5(10) = 5(5)$$

$$\therefore T = 75 \text{ N} \quad \text{Ans}$$



### ตัวอย่างที่ 19

ธิดาช้างมีมวล 100 kg มีเคล็ดลับในการลดน้ำหนัก ให้เหลือเพียงครึ่งหนึ่งโดยไม่ต้องอดข้าว หรือไปออกกำลังกายให้เหนื่อย สามารถทำได้ และได้ผลทันตาเห็น วิธีของเธอก็คือ ยกเครื่องชั่งน้ำหนักเข้าไปในลิฟท์ บอกรางคมูลิฟท์ทั้งบังคับลิฟท์ให้เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่งคงที่  $5 \text{ m/s}^2$  จากนั้นเธอขึ้นไปยืนยืมบนเครื่องชั่ง นักเรียนคิดว่า ธิดาช้างจะสามารถลดน้ำหนักได้อย่างที่พูดไว้หรือไม่ และเครื่องชั่งจะอ่านค่าน้ำหนักเธอได้เท่าไร



“วาดรูปตามโจทย์ เขียนแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุในที่นี้คือธิดาช้าง ให้จำไว้ว่าค่าน้ำหนักที่อ่านได้จากเครื่องชั่งก็คือแรงปฏิกิริยา  $N$  ของเครื่องชั่งที่กระทำกับวัตถุ ซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงกิริยาที่วัตถุกระทำกับเครื่องชั่ง แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน ตามกฎข้อ 3 ของนิวตัน”

ลิฟท์เคลื่อนที่ลงด้วยลงด้วย  $a = 5 \text{ m/s}^2$

พิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุ(คน)ในแนวตั้ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } mg - N = ma$$

$$100(10) - N = 100(5)$$

$$N = 500 \text{ N}$$

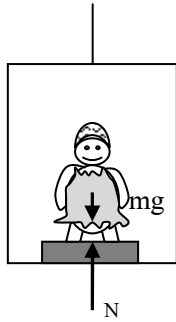
∴ ธาช้างจะอ่านได้ = 50 กิโลกรัม เป็นจริงดังธิดาช้างบอก **Ans**

“ใครสนใจจะเอาเคล็ดลับการลดน้ำหนัก แบบธิดาช้างนี้ไปใช้ก็ได้นะ!!”

### ตัวอย่างที่ 20

จากโจทย์ตัวอย่างที่ 20 ให้นักเรียนหาค่าน้ำหนักที่อ่านได้จากเครื่องชั่ง เป็นกิโลกรัม หากบังคับลิฟท์ให้เคลื่อนที่โดย

- ก. ลิฟท์อยู่นิ่ง
- ข. ลิฟท์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง  $1 \text{ m/s}^2$
- ค. ลิฟท์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความหน่วง  $1 \text{ m/s}^2$
- ง. ลิฟท์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วคงที่  $1 \text{ m/s}$
- จ. ลิฟท์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง  $1 \text{ m/s}^2$
- ฉ. ลิฟท์เคลื่อนที่ลงด้วยความหน่วง  $1 \text{ m/s}^2$
- ช. ลิฟท์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่  $1 \text{ m/s}$
- ซ. ลิฟท์ขาด



$a = 0$

ก. ลิฟท์อยู่นิ่ง  $a = 0$

$$\Sigma F = ma$$

$$N - mg = 0$$

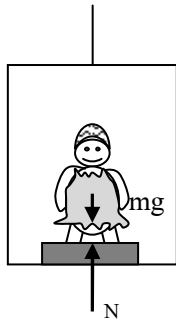
$$N = mg$$

$$N = 100(10) = 1000 \text{ N}$$

$\therefore$  ตาชั่งจะอ่านได้ = 100 กิโลกรัม

**Ans**

“ลิฟท์หยุดนิ่ง ก็เหมือนชั่งน้ำหนักปกติบนพื้น”



$a = 1 \text{ m/s}^2$

ข. ลิฟท์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง  $a = 1 \text{ m/s}^2$

$$\Sigma F = ma$$

$$N - mg = ma$$

$$N = m(a + g)$$

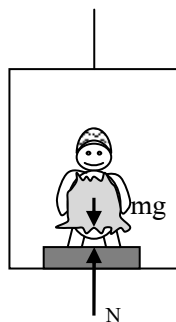
$$N = 100(1 + 10)$$

$$N = 1100 \text{ N}$$

$\therefore$  ตาชั่งจะอ่านได้ = 110 กิโลกรัม

**Ans**

“ลิฟท์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง เป็นบวก แสดงว่าเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเพิ่มขึ้นสม่ำเสมอ ตามนิยามของความเร่งในบทที่ 2 ใด คงจำได้นะครับ”



$a = -1 \text{ m/s}^2$

ค. ลิฟท์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความหน่วง  $a = -1 \text{ m/s}^2$

$$\Sigma F = ma$$

$$N - mg = ma$$

$$N = m(a + g)$$

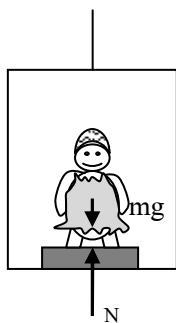
$$N = 100(-1 + 10)$$

$$N = 900 \text{ N}$$

$\therefore$  ตาชั่งจะอ่านได้ = 90 กิโลกรัม

**Ans**

“ลิฟท์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความหน่วง  $a$  เป็น- แสดงว่าเคลื่อนที่ด้วยความเร็วลดลงสม่ำเสมอ เหมือนที่มอเตอร์ไซด์เหยียบเบรคหัวทิ่ม”



$v$  คงที่

$a = 0$

ง. ลิฟท์เคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วคงที่  $v = 1 \text{ m/s} \therefore a = 0$

$$\Sigma F = ma$$

$$N - mg = 0$$

$$N = mg$$

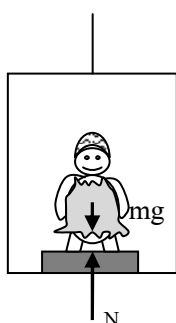
$$N = 100(10)$$

$$N = 1000 \text{ N}$$

$\therefore$  ตาชั่งจะอ่านได้ = 100 กิโลกรัม

**Ans**

“ลิฟท์เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่  $\therefore$  ความเร่งเป็นศูนย์ ใคร ๆ ก็รู้”



$a = 1 \text{ m/s}^2$

จ. ลิฟท์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง  $a = 1 \text{ m/s}^2$

$$\Sigma F = ma$$

$$mg - N = ma$$

$$N = m(g - a)$$

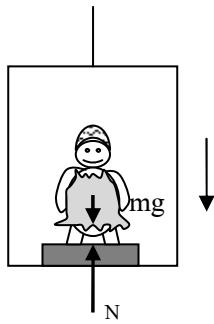
$$N = 100(10 - 1)$$





$$N = 900 \text{ N}$$

∴ ตาชั่งจะอ่านได้ = 90 กิโลกรัม **Ans**



ฉ. ลิฟท์เคลื่อนที่ลงด้วยความหน่วง  $a = -1 \text{ m/s}^2$

$$\Sigma F = ma$$

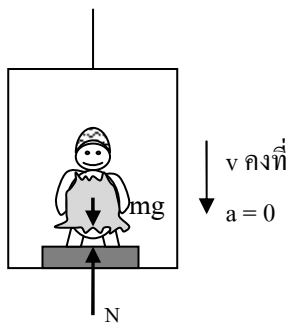
$$mg - N = ma$$

$$N = m(g - a)$$

$$N = 100(10 - (-1))$$

$$N = 1100 \text{ N}$$

∴ ตาชั่งจะอ่านได้ = 110 กิโลกรัม **Ans**



ช. ลิฟท์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่  $v = 1 \text{ m/s}$  ∴  $a = 0$

$$\Sigma F = ma$$

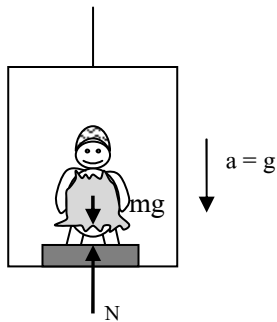
$$mg - N = 0$$

$$N = mg$$

$$N = 100(10)$$

$$N = 1000 \text{ N}$$

∴ ตาชั่งจะอ่านได้ = 100 กิโลกรัม **Ans**



ซ. ลิฟท์ขาด  $a = g$

$$\Sigma F = ma$$

$$mg - N = mg$$

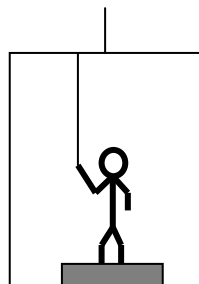
$$N = 0 \text{ N}$$

∴ ตาชั่งจะอ่านได้ = 0 กิโลกรัม **Ans**

“ลิฟท์ขาด!! อ๊ย! ชิดาซังจะอยู่ในสภาพไร่น้ำหนัก และ เคลื่อนที่อย่างอิสระภายใต้แรงดึงดูดของโลก ด้วยความเร่ง  $a = g$ ”

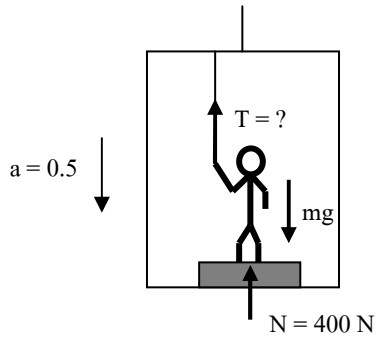
### ตัวอย่างที่ 21

ชายคนหนึ่งมีมวล 50 kg ยืนอยู่บนตาชั่ง ในลิฟท์ที่กำลังเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง  $0.5 \text{ m/s}^2$  ในขณะเดียวกัน เขาใช้มือข้างหนึ่งดึงเชือกที่ห้อยลงมาจากเพดานลิฟท์ ตาชั่งเข็มชี้ที่ 40 kg จงหาแรงดึงในเส้นเชือก





จากรูป เขียนแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ(คน) และปริมาณที่เกี่ยวข้องลงในรูป



พิจารณาการเคลื่อนที่ของคนในแนวตั้ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

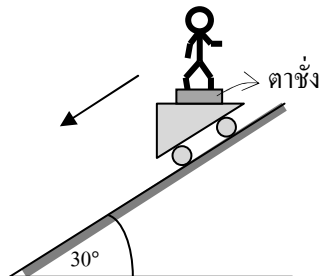
$$\text{จะได้ } mg - N - T = ma$$

$$50(10) - 400 - T = 50(0.5)$$

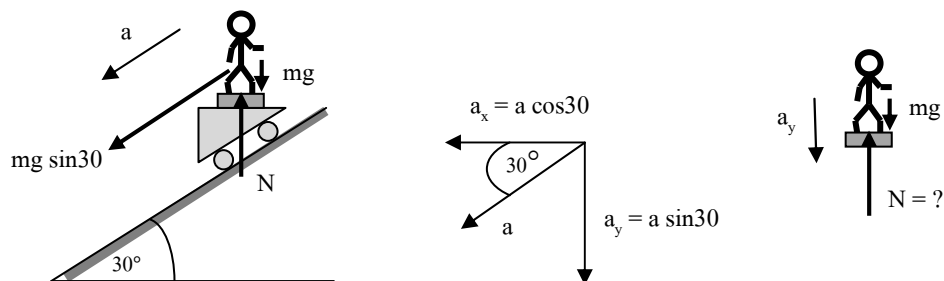
$$\therefore T = 75 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

### ตัวอย่างที่ 22

บักห่าน้อยมวล 40 kg ขึ้นชิ่งน้ำหนักบนล้อเลื่อนมวลเบา ซึ่งเคลื่อนที่ลงตามพื้นเอียงชันทำมุม  $30^\circ$  กับแนวระดับ น้ำหนักที่อ่านได้จากตาชั่งเป็นกี่กิโลกรัม



จากรูป เขียนแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ(บักห่าน้อย) และปริมาณที่เกี่ยวข้องลงในรูป



โจทย์ต้องการหาค่าน้ำหนักที่อ่านได้จากตาชั่ง หรือแรงปฏิกิริยา N ซึ่งอยู่ในแนวตั้ง เพื่อให้ง่ายในกาณคำนวณจะหาความเร่งในแนวตั้งก่อน แล้วจึงหาค่า N



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวเอียงของพื้น แรงที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ลงมาตามแนวเอียงคือ  $mg \sin 30$  ซึ่งแตกออกมาจากแรง  $mg$

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } mg \sin 30 = ma$$

$$a = g \sin 30$$

$$= 10(1/2)$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

$$\therefore a_y = a \sin 30 = (5 \times 1/2) = 2.5 \text{ m/s}^2$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } mg - N = ma_y$$

$$40(10) - N = 40(2.5)$$

$$N = 300 \text{ N}$$

$$\therefore \text{ตาชั่งจะอ่านได้} = 30 \text{ กิโลกรัม} \quad \underline{\text{Ans}}$$

### ตัวอย่างที่ 23

ชายคนหนึ่งมวล 70 kg โหนเชือกซึ่งแขวนห้อยลงมาจากเพดาน จงหาความตึงของเชือกเมื่อเขาไต่เชือก

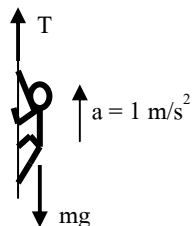


ก. ขึ้นด้วยความเร่งคงที่  $1 \text{ m/s}^2$

ข. ลงด้วยความเร่งคงที่  $1 \text{ m/s}^2$

“วาดรูปตามโจทย์ เขียนแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ(คน)นั้นคือ แรงดึงจากเส้นเชือก  $T$  มีทิศขึ้น และน้ำหนักวัตถุ  $mg$ ”

ก. ไต่ขึ้นด้วย  $a = 1 \text{ m/s}^2$



พิจารณาการเคลื่อนที่ของคนในแนวตั้ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$



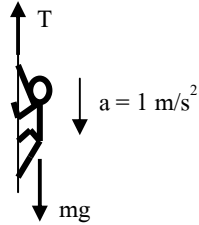
$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } T - mg = ma$$

$$T - 70(10) = 70(1)$$

$$\therefore T = 770 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

ข. ใต้ลงด้วย  $a = 1 \text{ m/s}^2$



พิจารณาการเคลื่อนที่ของคนในแนวตั้ง

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } mg - T = ma$$

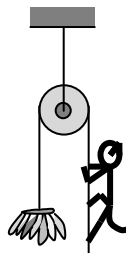
$$70(10) - T = 70(1)$$

$$\therefore T = 630 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

“ถ้าเขาใต้เชือกขึ้น หรือลงด้วยความเร็วคงที่ แรงตึงในเส้นเชือกจะเป็นเท่าไร?”

### ตัวอย่างที่ 24

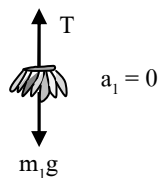
ลิ้งไม้มีมวล 8 kg โหนเชือก โดยปลายเชือกคล้องผ่านรอก มีกล้วยเครือหนึ่งมวล 10 kg ผูกติดอยู่ลิ้ง จะต้องใต้เชือกอย่างไรจึงจะทำให้กล้วยอยู่นิ่ง



กล้วยอยู่นิ่งแสดงว่าลิ้งต้องใต้ขึ้น เนื่องจากมีมวลน้อยกว่า

กล้วยอยู่นิ่ง  $\therefore$  ความเร่งของกล้วย  $a_1 = 0$

พิจารณาที่กล้วย



$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

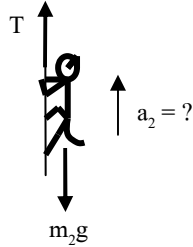


จะได้  $T = m_1g$  เมื่อ  $a = 0$

$$T = 10(10)$$

$$\therefore T = 100 \text{ N}$$

พิจารณาที่ลิง



จาก  $\Sigma F = ma$

หรือ  $F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$

จะได้  $T - m_2g = m_2a_2$

$$100 - 8(10) = 8 a_2$$

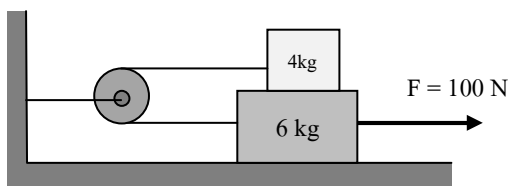
$$a_2 = 2.5$$

$\therefore$  ลิงต้องไต่เชือกขึ้นด้วยความเร่ง  $2.5 \text{ m/s}^2$  **Ans**

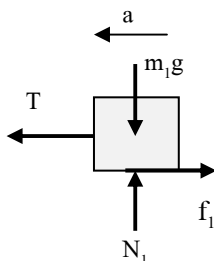
### ตัวอย่างที่ 25

จากรูปกล่อง 2 ใบ วางซ้อนกัน ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างสัมผัสทุกผิวเป็น 0.25 จงหาความเร่ง และแรงดึงในเส้นเชือก

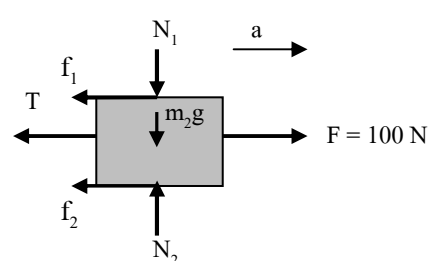
“โจทย์ข้อนี้เป็นตัวอย่างที่ดี ให้นักเรียนได้ทดสอบความเข้าใจ กฎข้อ 3 ของนิวตัน และการใส่แรงกระทำกับวัตถุที่พิจารณา”



พิจารณาที่กล่องบน



พิจารณาที่กล่องล่าง



“จะเห็นได้ว่า แรงปฏิกิริยา  $N_1$  ที่กระทำกับกล่องทั้งสองมีค่าเท่ากับน้ำหนักของกล่องใบบน ส่วนแรงปฏิกิริยา  $N_2$  ที่กระทำกับกล่องใบล่างมีค่าเท่ากับน้ำหนักของกล่องทั้งสองใบรวมกัน”



คิดที่กล่องบน  $m_1 = 4$  กก

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } T - f_1 = m_1 a$$

$$T - \mu N_1 = m_1 a$$

$$T - 0.25(4 \times 10) = 4a$$

$$T = 4a + 10 \text{ ---- (1)}$$

คิดที่กล่องล่าง  $m_2 = 6$  กก

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } F - T - f_1 - f_2 = m_2 a$$

แทนค่า T จาก (1) และ  $f = \mu N$

$$F - (4a + 10) - \mu N_1 - \mu N_2 = m_2 a$$

เมื่อ  $N_1 = m_1 g$ ,  $N_2 = N_1 + m_2 g$  จะได้

$$F - (4a + 10) - \mu m_1 g - \mu(N_1 + m_2 g) = m_2 a$$

$$100 - (4a + 10) - 0.25(4 \times 10) - 0.25(4 \times 10 + 6 \times 10) = 6a$$

$$\therefore a = 5.5 \text{ m/s}^2 \text{ Ans}$$

แทนค่า a ใน (1)

$$T = 4a + 10$$

$$T = 4(5.5) + 10$$

$$\therefore T = 32 \text{ N Ans}$$

หรืออาจคิดทั้งระบบก็ได้สำหรับคนที่คิดเองแล้ว

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$F - f_2 - f_1 - f_1 = (m_1 + m_2)a$$

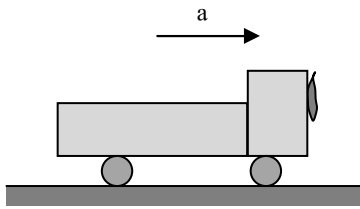
$$100 - 0.25(10 \times 10) - 0.25(4 \times 10) - 0.25(4 \times 10) = 10a$$

$$\therefore a = 5.5 \text{ m/s}^2 \text{ Ans}$$



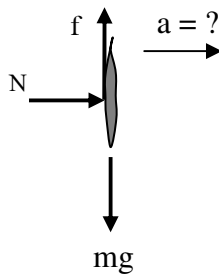
### ตัวอย่างที่ 26

จากรูปจงหาความเร่งอย่างน้อยที่สุดของรถ ที่จะไม่ทำให้ใบไม้ที่ปลิวมาติดที่หน้ากระจกรถ ตกลงมา ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างกระจกรถและใบไม้เท่ากับ 0.50 (ไม่คิดแรงปะทะของลม)



“โจทย์ข้อนี้ ถ้าไม่วาดรูปจะมันตีบและคิดไม่ออก แต่ถ้าได้ลองวาดรูป ใส่แรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุลงไป จะเห็นภาพแนวทางแก้ปัญหาที่แสนจะง่าย ฉะนั้นวาดรูป ใส่แรง ทุกครั้งที่ทำโจทย์นะครับ”

พิจารณาที่ใบไม้



พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } N = ma \text{ --- (1)}$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง วัตถุไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวตั้ง

$$\text{จะได้ } f = mg$$

$$\mu N = mg$$

$$N = mg/\mu$$

แทนค่า N ใน (1)

$$N = ma \text{ --- (1)}$$

$$mg/\mu = ma$$

$$a = g/\mu \quad \text{“สังเกตให้ดี ขนาดมวลไม่มีผลเลยครับ”}$$

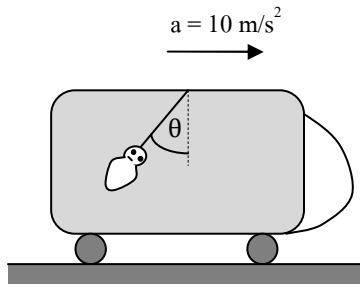
$$a = 10/0.5$$

$$\therefore a = 20 \text{ m/s}^2 \text{ **Ans**}$$

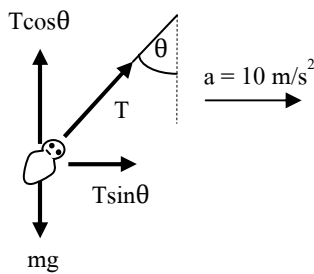


### ตัวอย่างที่ 27

จากรูปจงหาว่าเชือกที่ผูกตุ๊กตา แขนวนติดกับเพดานรถตู้ จะทำมุมเท่าใดกับแนวดิ่ง ถ้าหากรถตู้เคลื่อนที่ ด้วยความเร็ว  $10 \text{ m/s}^2$



พิจารณาที่ตุ๊กตา



“วาดรูปตามโจทย์ เขียนแรงทั้งหมด ที่กระทำกับวัตถุ”

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวระดับ

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

$$\text{หรือ } F_{\text{เสริม}} - F_{\text{ต้าน}} = ma$$

$$\text{จะได้ } T \sin \theta = ma \text{ --- (1)}$$

พิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง วัตถุไม่มีการเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง

$$\text{จะได้ } T \cos \theta = mg \text{ --- (2)}$$

$$(1)/(2) , T \sin \theta / T \cos \theta = ma/mg$$

$$\tan \theta = a/g$$

$$\tan \theta = 10/10$$

$$\tan \theta = 1$$

$$\therefore \theta = 45^\circ \quad \text{Ans}$$

#### ข้อสังเกต

- ไม่ว่าโจทย์จะออกมาอย่างไร พลิกแพลงก็ตลบทก็ตาม **อย่าตกใจ!** ให้วาดรูป ใส่แรงหรือปริมาณที่เกี่ยวข้องลงไปในรูปแบบ จากนั้นใช้ความคิดว่าเป็นเรื่องอะไร เขียนสมการที่เกี่ยวข้องลงไป แล้วใช้คณิตศาสตร์แก้สมการหาคำตอบออกมาได้อย่างสบาย ๆ การฝึกทำโจทย์บ่อย ๆ ซ้ำ ๆ หลาย ๆ รอบ จะทำให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหา และคิดได้เร็วขึ้นด้วยครับ

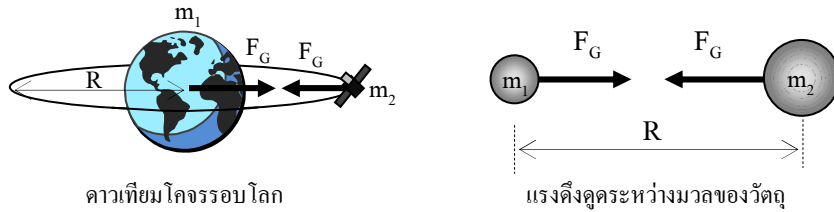




### 3.6 กฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตัน

นิวตันได้นำผลการสังเกตของนักดาราศาสตร์ทั้งหลายมาสรุปว่า การที่ดวงจันทร์ หรือดาวเทียมโคจรรอบโลก โลกและดาวเคราะห์ต่างๆ โคจรรอบดวงอาทิตย์ได้ เนื่องจากมีแรงกระทำระหว่างดวงดาวแต่ละคู่ ซึ่งเป็นแรงดึงดูดระหว่างมวลของดวงดาว หรือวัตถุทุกชนิดในเอกภพ กฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตันมีใจความโดยสรุปว่า

“วัตถุทั้งหลายในเอกภพจะออกแรงดึงดูดซึ่งกันและกัน โดยขนาดของแรงดึงดูดระหว่างวัตถุคู่หนึ่งจะแปรผันตรงกับผลคูณระหว่างมวลวัตถุทั้งสอง และจะแปรผกผันกับกำลังสองของระยะห่างระหว่างวัตถุทั้งสองนั้น”



“นั่นก็คือ.....”

$$F_G = \frac{Gm_1m_2}{R^2}$$

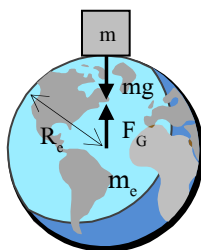
เมื่อ  $m_1$  และ  $m_2$  เป็นมวลของวัตถุทั้งสอง

$R$  เป็นระยะห่างของวัตถุทั้งสอง

$G$  เป็นค่าคงตัวความโน้มถ่วงสากลมีค่า  $6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

$F_G$  เป็นขนาดของแรงดึงดูดระหว่างมวล

เราสามารถหามวลของโลก หรือมวลของดาวเคราะห์ดวงอื่นๆ ได้โดยใช้กฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตัน เมื่อวางวัตถุไว้บนโลก หรือบนดาวเคราะห์ แรงดึงดูดระหว่างมวลของวัตถุกับมวลของโลกมีค่าเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ หรือแรงดึงดูดของโลกที่กระทำกับวัตถุ



$$\begin{aligned} \text{จาก } F_G &= \frac{Gm_1m_2}{R^2} \\ mg &= \frac{Gmm_e}{R_e^2} \\ m_e &= \frac{gR_e^2}{G} \end{aligned}$$

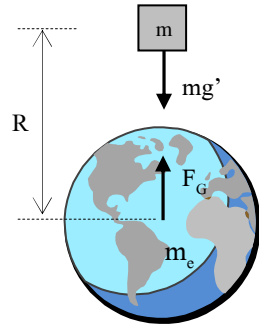


รัศมีของโลก  $R_e = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$

$\therefore$  มวลของโลก  $m_e = 9.8(6.38 \times 10^6)^2 / (6.67 \times 10^{-11})$

$m_e = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

การหาความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วง ก็หาได้จากกฎแรงดึงดูดระหว่างมวลของนิวตันเช่นกัน



จาก  $F_G = \frac{Gm_1m_2}{R^2}$

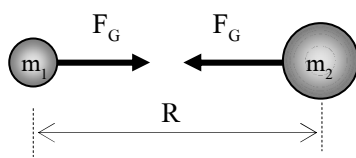
$mg' = \frac{Gmm_e}{R^2}$

$\therefore g' = \frac{Gm_e}{R^2}$

เป็นค่าความโน้มถ่วงของโลก  $g'$  ที่ระยะ  $R$  จากจุดศูนย์กลางโลก

**ตัวอย่างที่ 28**

จงหาแรงดึงดูดระหว่างมวลของอนุภาคสองอนุภาค มีมวล 1.0 พิโคกรัม และ 2.0 นาโนกรัม อยู่ห่างกัน 1.0 ไมโครเมตร กำหนดให้  $G = 6.6 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$



$m_1 = 1.0 \times 10^{-12} \times 10^{-3} = 1.0 \times 10^{-15} \text{ kg}$

$m_2 = 2.0 \times 10^{-9} \times 10^{-3} = 2.0 \times 10^{-12} \text{ kg}$

$R = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}$

จาก  $F_G = \frac{Gm_1m_2}{R^2}$

แทนค่าจะได้  $F_G = \frac{6.6 \times 10^{-11} \times 1.0 \times 10^{-15} \times 2.0 \times 10^{-12}}{(1.0 \times 10^{-6})^2}$

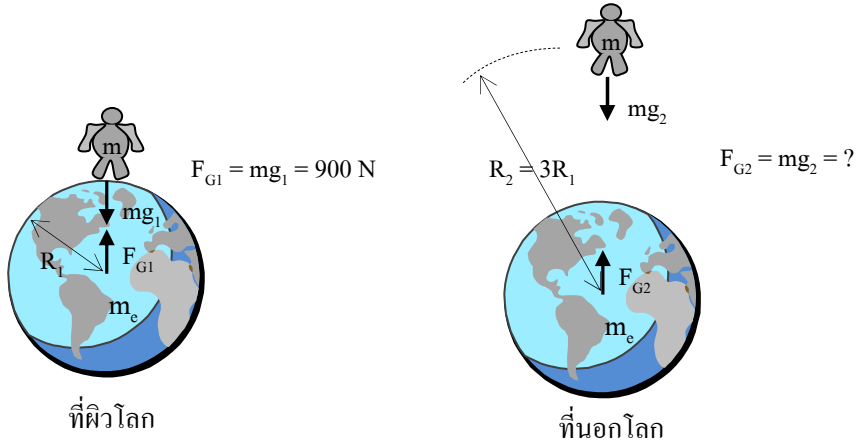
$\therefore F_G = 1.32 \times 10^{-25} \text{ N}$     **Ans**



### ตัวอย่างที่ 29

หุ่นยนต์หนัก 900 นิวตัน ที่ผิวโลก ถ้าเอาไปชั่งน้ำหนัก ณ ตำแหน่งที่ห่างจากจุดศูนย์กลางโลก 3 เท่ารัศมีโลก หุ่นยนต์จะหนักเท่าไร

วาดรูปตามโจทย์



$$\text{จาก } F_G = \frac{Gm_1m_2}{R^2}$$

เมื่อ  $G, m_1, m_2$  มีค่าคงเดิม

จึงได้ความสัมพันธ์  $F_G \propto \frac{1}{R^2}$

$$\text{หรือ } \frac{F_{G2}}{F_{G1}} = \frac{R_1^2}{R_2^2}$$

$$\text{แทนค่าจะได้ } \frac{F_{G2}}{900} = \frac{R_1^2}{(3R_1)^2}$$

$$\therefore F_{G2} = 100 \text{ N} \quad \text{Ans}$$