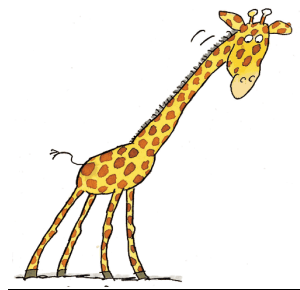
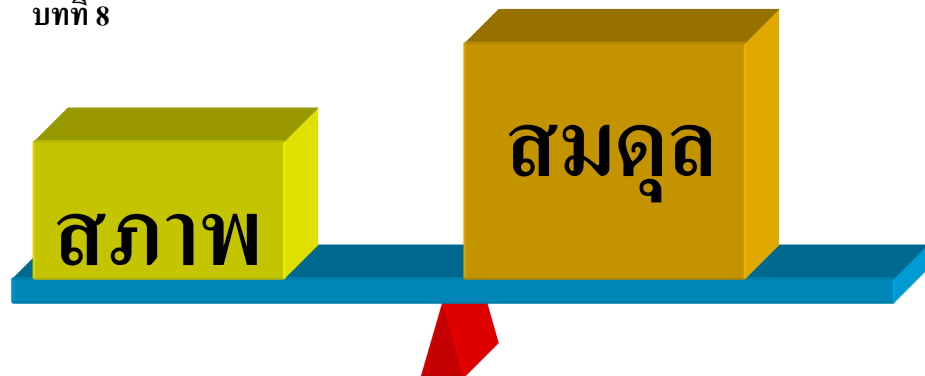


โรงเรียน **ดีดี**



ที่พึ่งทางการศึกษา ช่วยไขปัญหาให้ทุกคน SchoolDD.com

บทที่ 8





บทที่ 8

สภาพสมดุล และสภาพยืดหยุ่น

8.1. สภาพสมดุล หมายถึง สภาพที่วัตถุสามารถรักษา สภาพการเคลื่อนที่ให้คงเดิม ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อ 1 ของนิวตัน วัตถุอาจอยู่นิ่ง หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ (ทั้งเชิงเส้น และเชิงมุม)

- วัตถุที่อยู่นิ่ง เช่น รถที่จอดนิ่ง หรือหนังสือวางบนโต๊ะ จะอยู่ใน *สมดุลสถิต*
- วัตถุที่เคลื่อนที่ หรือหมุน ด้วยความเร็วคงที่ จะอยู่ใน *สมดุลจลน์*
- อาจจะเรียกวัตถุที่อยู่นิ่ง หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ว่า วัตถุอยู่ใน *สมดุลต่อการเคลื่อนที่* และเรียกวัตถุที่หยุดนิ่ง หรือหมุนด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ว่าวัตถุอยู่ใน *สมดุลต่อการหมุน*

8.2.เงื่อนไขของสมดุล

วัตถุจะอยู่ในสมดุลได้ก็ต่อเมื่อ

1. แรงลัพธ์ที่กระทำต่อวัตถุ เป็นศูนย์

$$\sum \vec{F} = 0$$

นั่นก็คือ $\sum F_x = 0$ หรือ แรงรวมทางขวา = แรงรวมทางซ้าย
และ $\sum F_y = 0$ หรือ แรงรวมขึ้น = แรงรวมลง

- วัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v คงที่ $\rightarrow a = 0 \therefore \sum F = ma = 0$
- วัตถุที่หมุนด้วยความเร็วเชิงมุม ω คงที่ $\rightarrow \alpha = 0 \therefore \tau = I\alpha = 0$

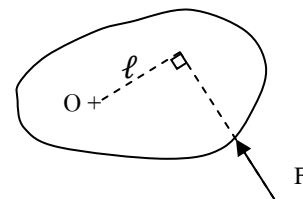
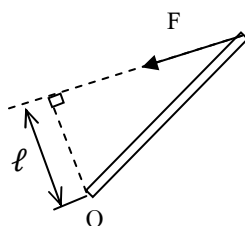
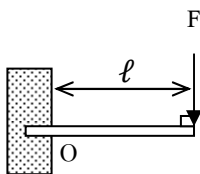
2. โมเมนต์ลัพธ์รอบจุดหมุนใดๆ เป็นศูนย์

$$\sum \vec{M} = 0$$

นั่นก็คือ $\sum M_{ทวนเข็มนาฬิกา} = \sum M_{ตามเข็มนาฬิกา}$

8.3. โมเมนต์ของแรง หรือทอร์ก

โมเมนต์ “M” หมายถึง ผลคูณของแรง กับระยะทางตั้งฉาก จากแนวแรงถึงจุดหมุน เป็นปริมาณเวกเตอร์ มีทิศทวนเข็มนาฬิกา หรือตามเข็มนาฬิกา มีหน่วยเป็นนิวตันเมตร (N m)



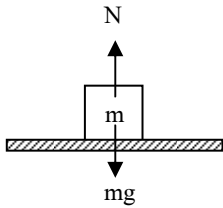
$$M_o = F\ell$$



การสมดุลของแรงสองแรง

เมื่อมีแรง 2 แรง กระทำกับวัตถุแล้ว วัตถุสมดุลต่อการเคลื่อนที่คือ หยุดนิ่ง หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v คงที่ แรงทั้งสองต้องมีความสัมพันธ์กันดังนี้

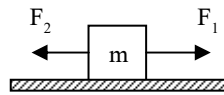
1. แรงทั้งสอง ต้องอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน มีขนาดเท่ากัน และทิศทางตรงกันข้ามกัน
2. แรงลัพธ์ของแรงทั้งสอง (ที่รวมกันแบบเวกเตอร์) เท่ากับศูนย์, $\Sigma F = 0$



วัตถุวางนิ่งอยู่บนพื้น

$$\Sigma F_y = 0$$

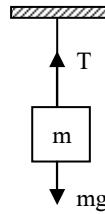
$$N = mg$$



ออกแรงดึงวัตถุบนพื้น

$$\Sigma F_x = 0$$

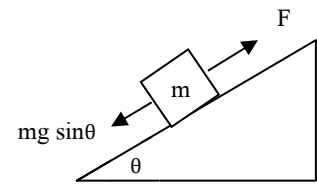
$$F_1 = F_2$$



แขวนวัตถุจากเพดาน

$$\Sigma F_y = 0$$

$$T = mg$$



ดึงวัตถุตามแนวพื้นเอียง

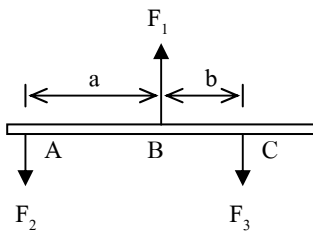
$$\Sigma F = 0$$

$$F = mg \sin \theta$$

การสมดุลของแรงสามแรง

เมื่อมีแรง 3 แรง กระทำกับวัตถุแล้ว วัตถุสมดุลต่อการเคลื่อนที่ ความสัมพันธ์ของแรงทั้งสามเป็นดังนี้

1. แนวแรงทั้งสามต้องขนานกัน หรือพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง และอยู่ในระนาบเดียวกัน
2. แรงลัพธ์ของแรงทั้งสาม เท่ากับศูนย์, $\Sigma F = 0$
3. โมเมนต์ลัพธ์รอบจุดหมุนใด ๆ เท่ากับศูนย์, $\Sigma M = 0$



$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_1 = F_2 + F_3$$

$$\Sigma M_A = 0$$

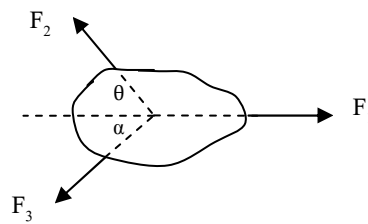
$$F_1(a) = F_3(a+b)$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$F_2(a) = F_3(b)$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$F_2(a+b) = F_1(a)$$

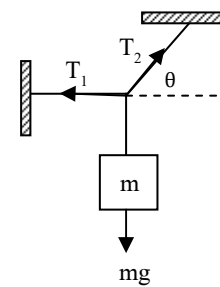


$$\Sigma F_x = 0$$

$$F_1 = F_2 \cos \theta + F_3 \cos \alpha$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_2 \sin \theta = F_3 \sin \alpha$$



$$\Sigma F_x = 0$$

$$T_2 \cos \theta = T_1$$

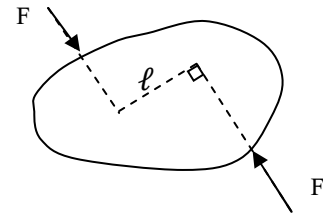
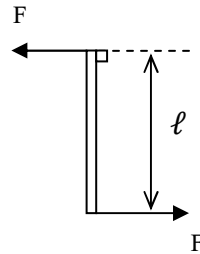
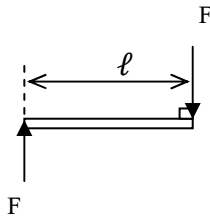
$$\Sigma F_y = 0$$

$$T_2 \sin \theta = mg$$



8.4. โมเมนต์ของแรงคู่ควบ

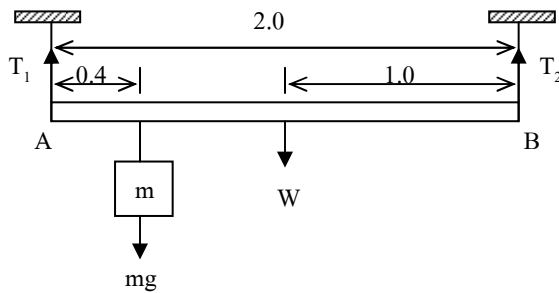
แรงคู่ควบ หมายถึง แรงสองแรง มีขนาดเท่ากัน แนวแรงขนานกัน แต่มีทิศทางตรงข้ามกัน โมเมนต์ของแรงคู่ควบใด ๆ มีขนาดเท่ากับ ผลคูณของแรงใดแรงหนึ่ง กับระยะทางตั้งฉากระหว่างแนวแรงทั้งสอง



$$M_C = F\ell$$

ตัวอย่างที่ 1

คานไม้มวล 10 kg ยาว 2 m ที่ปลายทั้งสองข้างแขวนด้วยเชือก 2 เส้น นำวัตถุมวล 20 kg มาแขวนไว้ที่ตำแหน่งห่างจากปลายคานด้านหนึ่ง 0.40 m อยากทราบว่า แรงดึงในเชือกแต่ละเส้นเป็นเท่าไร



ให้จุด B เป็นจุดหมุน

จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma M_{\text{ทวน}} = \Sigma M_{\text{ตาม}}$

$$mg(1.6) + W(1.0) = T_1(2.0)$$

$$20(10)(1.6) + 100(1.0) = 2T_1$$

$$\therefore T_1 = 210 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma F_y = 0$

$$T_1 + T_2 = mg + W \quad \text{“แรงรวมขึ้น = แรงรวมลง”}$$

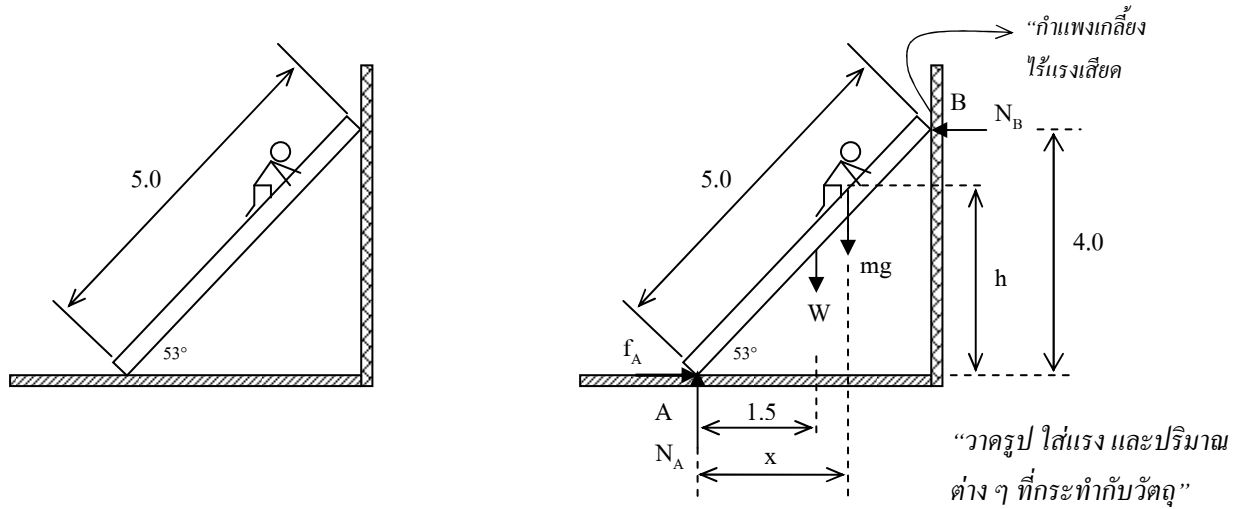
$$210 + T_2 = 20(10) + 100$$

$$\therefore T_2 = 90 \text{ N} \quad \text{Ans}$$



ตัวอย่างที่ 2

บันไดหนัก 10 kg ยาว 5 m วางพาดกำแพงเกลี้ยงทำมุม 53 องศา กับแนวพื้นราบดังรูป ถ้าสัมประสิทธิ์เสียดทานระหว่างพื้นกับบันไดเป็น 0.4 จงหาว่าเด็กชายบอยซึ่งหนัก 50 kg จะปีนขึ้นบันไดได้สูงสุดเท่าไร บันไดจึงจะไม่ล้ม



สมมติให้เด็กชายบอยปีนขึ้นไปได้ระยะ x ห่างจากปลาย A แล้วทำให้บันไดเริ่มไถล แสดงว่าแรงเสียดทานสถิต f_A เกิดขึ้นสูงสุด

จากเงื่อนไขของสมดุล

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N_A = mg + W \quad \text{“แรงรวมขึ้น = แรงรวมลง”}$$

$$= 50(10) + 100$$

$$N_A = 600 \text{ N}$$

จาก $f_A = \mu N_A$

$$= 0.4(600)$$

$$f_A = 240 \text{ N}$$

จากเงื่อนไขของสมดุล

$$\Sigma F_x = 0$$

$$f_A = N_B \quad \text{“แรงรวมทางขวา = แรงรวมทางซ้าย”}$$

$$N_B = 240 \text{ N}$$

ให้จุด A เป็นจุดหมุน “เพราะมีแนวแรงผ่านมากที่สุด”

จากเงื่อนไขของสมดุล

$$\Sigma M_{\text{หมุน}} = \Sigma M_{\text{ตาม}}$$

$$N_B(4.0) = W(1.5) + mg(x)$$

$$240(4.0) = 100(1.5) + 50(10)(x)$$

$$x = 1.62$$

จากรูป $\frac{h}{x} = \tan 53$

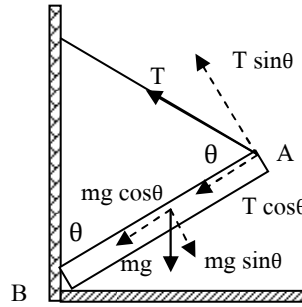
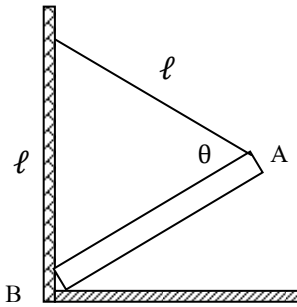
$$h = x \tan 53 = 1.62(4/3)$$

$$\therefore h = 2.16 \text{ m} \quad \text{Ans}$$



ตัวอย่างที่ 3

จากรูปถ้ำคานมวล 20 kg จงหาแรงดึงในเส้นเชือก



“วาดรูป ใส่แรง และปริมาณต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ”

ให้จุด B เป็นจุดหมุน “เพราะมีแนวแรงผ่านมากที่สุด และไม่ทราบสภาพแรงปฏิกิริยาที่ B”

จากเงื่อนไขของสมดุล

$$\sum M_{\text{หมุน}} = \sum M_{\text{หมุน}}$$

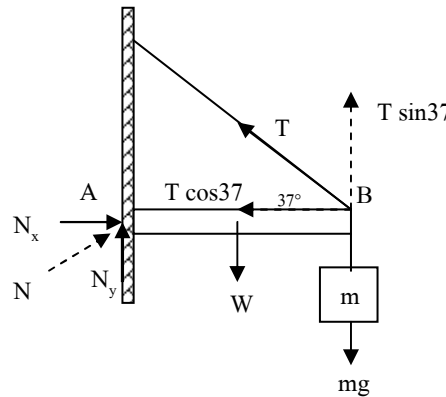
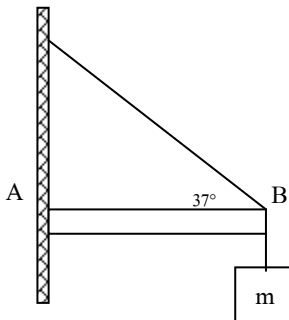
$$T \sin \theta (AB) = mg \sin \theta \left(\frac{AB}{2} \right)$$

$$T = \frac{mg}{2} = \frac{20(10)}{2}$$

$$\therefore T = 100 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 4

คานมวล 16 kg ปลายหนึ่งค้ำอยู่กับผนัง อีกปลายผูกติดกับเชือกและมีวัตถุมวล 10 kg แขนงอยู่ตั้งรูป ถ้ำคานอยู่ในสมดุล จงหาแรงดึงในเส้นเชือก และแรงปฏิกิริยาที่ผนัง



“วาดรูป ใส่แรง และปริมาณต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ”

ให้จุด A เป็นจุดหมุน “เพราะมีแนวแรงที่ไม่ทราบค่า ผ่านมากที่สุด”

จากเงื่อนไขของสมดุล

$$\sum M_{\text{หมุน}} = \sum M_{\text{หมุน}}$$

$$T \sin 37 (AB) = mg (AB) + W \left(\frac{AB}{2} \right)$$

$$T \left(\frac{3}{5} \right) = 10(10) + 160 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\therefore T = 300 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

จากเงื่อนไขของสมดุล

$$\sum F_x = 0$$

$$N_x = T \cos 37$$

“แรงรวมทางขวา = แรงรวมทางซ้าย”



$$= 300(4/5)$$

$$N_x = 240 \text{ N}$$

จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma F_y = 0$

$$N_y + T \sin 37 = mg + W \quad \text{“แรงรวมขึ้น = แรงรวมลง”}$$

$$N_y + 300(3/5) = 10(10) + 160$$

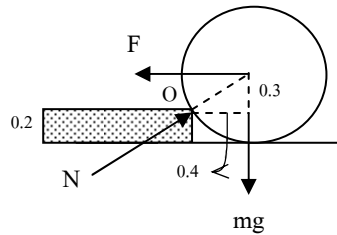
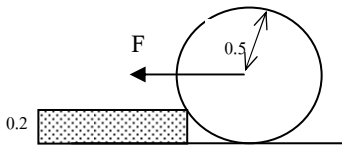
$$N_y = 80 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } N &= \sqrt{N_x^2 + N_y^2} \\ &= \sqrt{240^2 + 80^2} \end{aligned}$$

$$\therefore N = 80\sqrt{10} \text{ N} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 5

คนงานก่อสร้างต้องการดึงถังทรงกระบอกมวล 60 kg รัศมี 0.50 m ขึ้นไปบนพื้นคอนกรีตหนา 0.20 m ถ้ามวลของเขาต้องออกแรงดึงในแนวระดับอย่างน้อยเท่าใด จึงจะดึงขึ้น ถ้าไม่คิดแรงเสียดทานใดๆ



“วาดรูป ใส่แรง และปริมาณต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ”

ให้จุด O เป็นจุดหมุน

จากเงื่อนไขของสมดุล

$$\Sigma M_{\text{ทวน}} = \Sigma M_{\text{ตาม}}$$

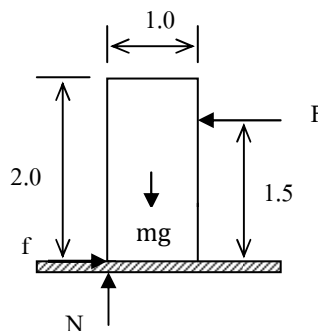
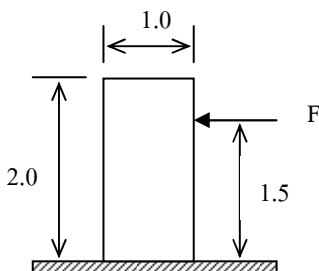
$$F(0.3) = mg(0.4)$$

$$F = mg(0.4)/0.3 = 60(10)(0.4/0.3)$$

$$\therefore F = 800 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 6

กล่องใบหนึ่งกว้าง 1 m สูง 2 m มีมวล 15 kg วางอยู่บนพื้นลื่นซึ่งมีค่าสปส.ความเสียดทาน 0.5 ออกแรง $F = 60 \text{ N}$ กระทำกับกล่องที่ความสูง 1.5 m อยากทราบว่ากล่องจะเคลื่อนที่อย่างไร



“วาดรูป ใส่แรง และปริมาณต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ”



หาแรง F น้อยที่สุดที่จะทำให้กล่องไถล

จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma F_x = 0$

$$f = F \quad \text{“แรงรวมทางขวา = แรงรวมทางซ้าย”}$$

$$\mu N = F$$

$$0.5(15)(10) = F$$

$$F = 75 \text{ N}$$

ต้องออกแรง F อย่างน้อยที่สุด 75 N จึงจะทำให้กล่องไถล

หาแรง F น้อยที่สุดที่จะทำให้กล่องล้ม ให้มุมปลายล่าง เป็นจุดหมุน

จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma M_{\text{หมุน}} = \Sigma M_{\text{หมุน}}$

$$F(1.5) = mg(1/2)$$

$$F = mg(1/2)/1.5 = 15(10)(1/2)/1.5$$

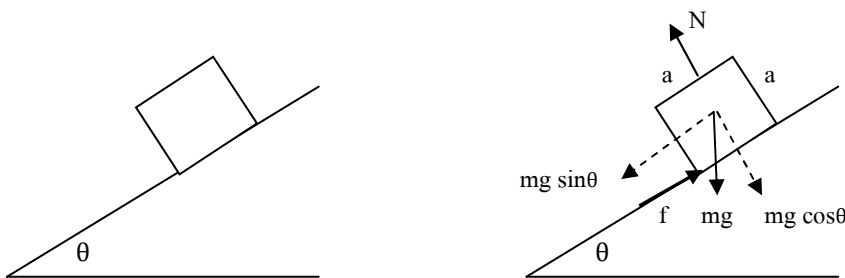
$$F = 50 \text{ N}$$

ต้องออกแรง F อย่างน้อยที่สุด 50 N จึงจะทำให้กล่องล้ม

$\therefore F = 60 \text{ N}$ จะทำให้กล่องล้มโดยไม่ไถล **Ans**

ตัวอย่างที่ 7

กล่องรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส วางอยู่บนพื้นเอียงที่สามารถปรับมุมได้ ถ้าสปส. ความเสียดทานระหว่างพื้นเอียงกับกล่อง เป็น 0.75 อยากทราบว่ามุมที่จะทำให้กล่องเริ่มไถลเป็นเท่าใด และเมื่อปรับมุมเป็นเท่าใดกล่องจึงจะล้ม



“วาดรูป ใส่แรง และปริมาณต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ”

หามุม θ น้อยที่สุดที่จะทำให้กล่องเริ่มไถล

จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma F = 0$ “พิจารณาตามแนวพื้นเอียง”

$$f = mg \sin \theta$$

$$\mu N = mg \sin \theta$$

$$0.75 mg \cos \theta = mg \sin \theta$$

$$0.75 = \tan \theta, \quad \theta = 37^\circ$$

\therefore กล่องเริ่มไถล เมื่อ $\theta = 37^\circ$ **Ans**

หามุม θ น้อยที่สุดที่จะทำให้กล่องล้ม ให้มุมปลายล่างกล่อง เป็นจุดหมุน



จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma M_{ทวน} = \Sigma M_{ตาม}$

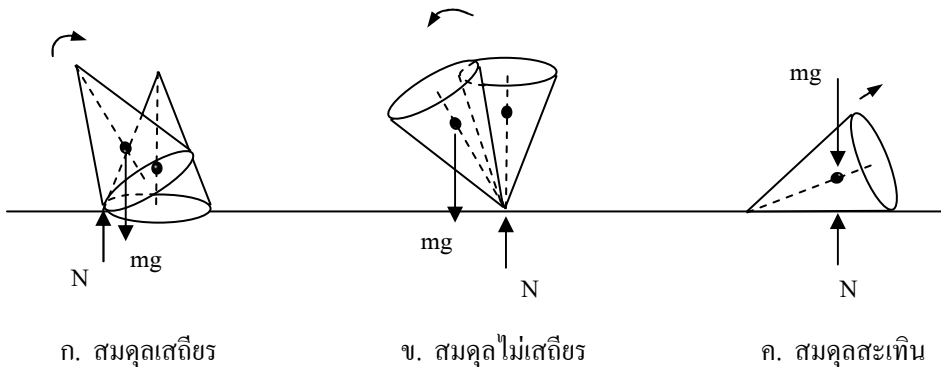
$$mg \sin\theta (a/2) = mg \cos\theta (a/2)$$

$$\tan\theta = 1.0, \quad \theta = 45^\circ$$

\therefore ก่อตั้งเริ่มล้ม เมื่อ $\theta = 45^\circ$ **Ans**

8.5 เสถียรภาพของสมดุล

หมายถึง ความสามารถในการทรงตัวอยู่ได้ของวัตถุนั้น
แบ่งได้เป็น 3 ประเภท



1. สมดุลเสถียร

เป็นสมดุลของวัตถุ ซึ่งมีฐานรองรับมั่นคง เมื่อมีแรงกระทำทำให้เอียงไปเล็กน้อย ก็ไม่ล้มจะกลับสู่สภาพเดิมเมื่อหยุดแรงกระทำ รูป ก. แสดงให้เห็นว่า จุด cm. จะสูงขึ้น แรง N กับ mg อยู่เยื้องกัน เกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบทำให้ก๊วยกลับมาอยู่ลักษณะเดิม

2. สมดุลไม่เสถียร

เป็นสมดุลของวัตถุ ซึ่งมีฐานรองรับไม่มั่นคง เมื่อมีแรงกระทำทำให้เอียงไปเพียงเล็กน้อย ก็ทำให้ล้มได้ง่าย ดังแสดงรูป ข. จุด cm. จะต่ำลงเกิดโมเมนต์ของแรงคู่ควบทำให้ก๊วยล้ม

3. สมดุลสะเทิน

เป็นสมดุลของวัตถุ เมื่อถูกแรงกระทำจะเปลี่ยนตำแหน่งไป เมื่อหยุดออกแรงกระทำจะคงยังอยู่ในลักษณะเดิม รูป ค. แสดงจุด cm. อยู่สูงเท่าเดิม แนวแรง N และ mg เป็นเส้นตรงเดียวกันไม่เกิดโมเมนต์ของแรงให้กลับที่เดิม

8.6 การนำหลักสมดุลไปประยุกต์

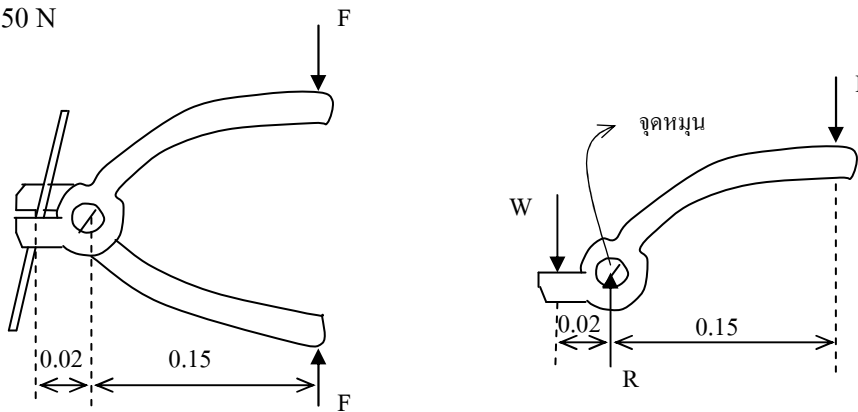
เราสามารถนำหลักสมดุลของแรงและโมเมนต์ มาใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันมากมาย เช่น เครื่องทุ่นแรงชนิดต่างๆ ได้แก่ คีม ไขควง ล้อและเพลลา คานงัด เป็นต้น



ตัวอย่างที่ 8

ต้องการตัดลวดให้ขาด โดยใช้คีมดังรูปต้องออกแรง F อย่างน้อยเท่าใดถ้าแรงเฉือนสูงสุดที่จะทำให้ลวดขาดเป็น

150 N



“วาดรูป ใส่แรง และปริมาณต่าง ๆ ที่กระทำกับคีม 1 ข้าง”

ใช้หลักของโมเมนต์รอบจุดหมุน

จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma M_{\text{ทวน}} = \Sigma M_{\text{ตาม}}$

$$W (0.02) = F (0.15)$$

$$150 (0.02) = F (0.15)$$

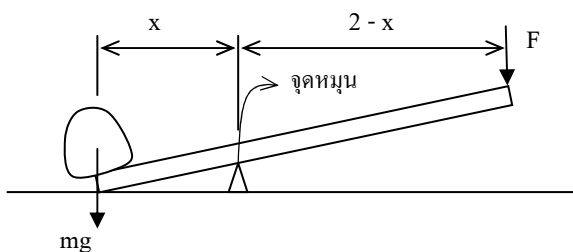
$$\therefore F = 20 \text{ N } \textbf{Ans}$$

จะเห็นว่าออกแรงบีบคีม แค่ 20 N แต่ได้แรงกดลวด 150 N

— ถ้าต้องการออกแรงบีบคีมให้น้อยกว่านี้ จะต้องทำอย่างไร

ตัวอย่างที่ 9

ต้องการจัดหินมวล 120 kg โดยใช้ไม้หน้าสามเบายาว 2 m และออกแรงกดที่ปลายไม้อีกข้างหนึ่งขนาด 240 นิวตัน อยากทราบว่า จะต้องนำที่รองรับมาวางห่างจากก้อนหินมากที่สุดเป็นระยะเท่าไรจึงจะจัดขึ้น ถ้าคานเอียงทำมุมกับแนวระดับน้อยมาก



ใช้หลักของโมเมนต์รอบจุดหมุน

จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma M_{\text{ทวน}} = \Sigma M_{\text{ตาม}}$

$$mg (x) = F (2-x)$$

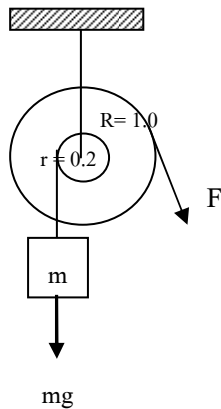
$$120(10) x = 240 (2-x)$$

$$\therefore x = 0.33 \text{ m } \textbf{Ans}$$



ตัวอย่างที่ 10

จากรูปแรง F น้อยที่สุดควรเป็นเท่าใด ถ้าต้องการดึงมวล 40 kg ขึ้นมาในแนวตั้ง



ใช้หลักของโมเมนต์รอบจุดหมุน

จากเงื่อนไขของสมดุล $\Sigma M_{\text{หมุน}} = \Sigma M_{\text{หมุน}}$

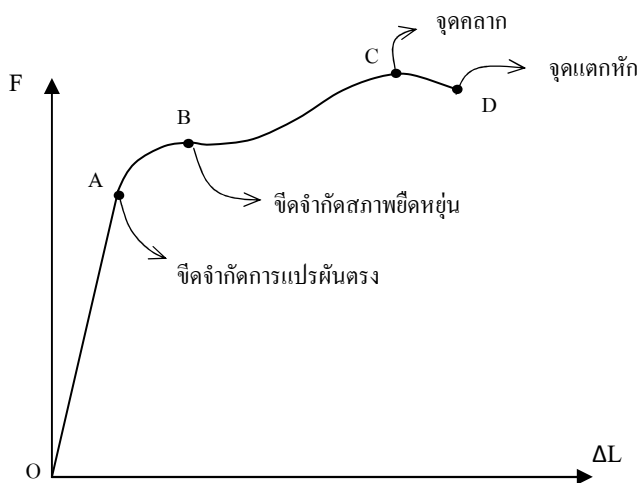
$$mg(0.2) = F(1.0)$$

$$40(10)(0.2) = F(1.0)$$

$$\therefore F = 80 \text{ N} \quad \text{Ans}$$

8.7 สภาพยืดหยุ่น

เป็นสมบัติของวัตถุเมื่อถูกแรงกระทำ วัตถุจะเปลี่ยนรูปร่างไปจากเดิม และเมื่อหยุดแรงกระทำ วัตถุที่มีสภาพยืดหยุ่นมากจะกลับคืนสู่สภาพเดิม วัตถุที่มีสภาพยืดหยุ่นน้อย รูปร่างของวัตถุจะเปลี่ยนไปไม่สามารถกลับสู่สภาพเดิมได้ เช่น ยางรัด กับ ดินน้ำมัน มีสภาพยืดหยุ่นต่างกัน



จากกราฟสรุปได้ดังนี้

1. ช่วง OA กราฟเป็นเส้นตรงแสดงว่า $F \propto \Delta L$ และเป็นไปตามกฎของฮุก จุด A เป็นตำแหน่งสุดท้ายที่ $F \propto \Delta L$ เรียกจุด A ว่าขีดจำกัดการแปรผันตรง ถ้าออกแรงดึงมากกว่าแรงที่จุด A แรง F จะไม่แปรผันตรงกับระยะยืด ΔL อีกต่อไป

2. ช่วง AB เมื่อออกแรงดึงในช่วงนี้แล้วปล่อย เส้นลวดยังสามารถกลับคืนสู่สภาพเดิมได้ แต่ถ้าออกแรงกระทำมากกว่าแรงที่จุด B เส้นลวดจะไม่สามารถกลับคืนสู่สภาพเดิมได้ เรียกจุด B นี้ว่า ขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่น

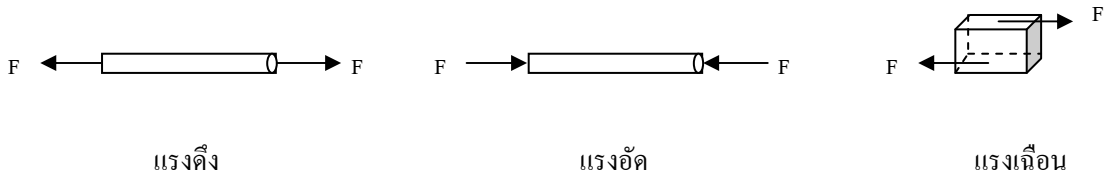


3. เมื่อออกแรงดึงตั้งแต่จุด B เป็นต้นไป เส้นลวดจะเปลี่ยนรูปร่างไปอย่างถาวร และถ้าดึงต่อไปอีกจนถึงจุด C (จุดคกลาง) ซึ่งเป็นจุดที่ความยาวของเส้นลวดเพิ่มอย่างรวดเร็ว ขณะที่แรงดึงเพิ่มอีกเพียงเล็กน้อย เมื่อออกแรงดึงต่อไปจนถึงจุด D เส้นลวดจะขาด เรียกจุดนี้ว่าจุดแตกหัก

- ช่วง OB เรียกว่า การผิดรูปแบบยืดหยุ่น วัตถุอยู่ในสภาพยืดหยุ่นโดยมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเมื่อมีแรงกระทำ และสามารถกลับสู่รูปเดิมเมื่อหยุดออกแรงกระทำ
- ช่วง BD เรียกว่า การผิดรูปแบบพลาสติก โดยวัตถุเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบถาวร โดยไม่ฝีกขาดหรือแตกหัก

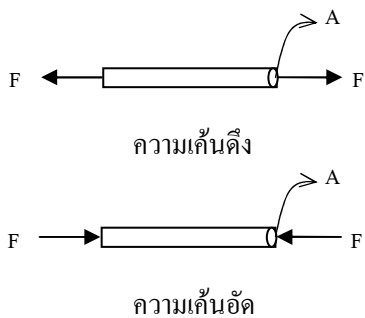
8.7.1. แรงที่ทำให้วัตถุผิดรูป

1. แรงดึง เป็นแรงกระทำต่อวัตถุ มีผลทำให้ความยาวของวัตถุเพิ่มขึ้น
2. แรงอัด เป็นแรงกระทำต่อวัตถุ มีผลทำให้ความยาวของวัตถุลดลง
3. แรงเฉือน เป็นแรงที่กระทำบนผิววัตถุ มีผลทำให้ผิววัตถุเลื่อนไปหรือทำให้วัตถุบิดรูปร่างไปจากเดิมตามแนวยาว (เรียกว่าแรงบิด)



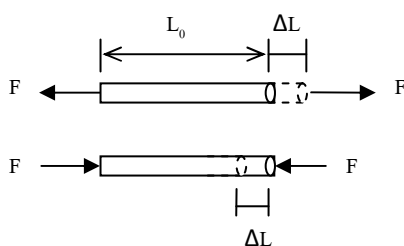
8.7.2. ความเค้น และความเครียด

ความเค้น (stress) “ σ ” หมายถึง อัตราส่วนระหว่างแรงดึงหรือแรงอัดภายใน ต่อพื้นที่หน้าตัดของวัตถุ เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็นนิวตันต่อตารางเมตร (N/m^2)



$$\sigma = \frac{F}{A}$$

ความเครียด (strain) “ ϵ ” หมายถึง อัตราส่วนระหว่างความยาวที่เพิ่มขึ้น หรือลดลง กับความยาวเดิม เป็นปริมาณที่ไม่มีหน่วย



$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$



8.7.3. โมดูลัสของยัง

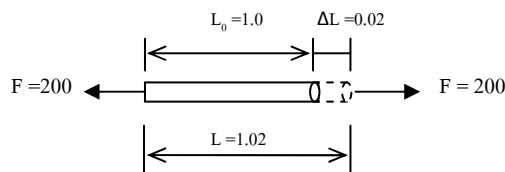
โมดูลัสของยัง “E” เป็นอัตราส่วนของความเค้นตามยาว ต่อความเครียดตามยาว มีหน่วยเป็นนิวตันต่อตารางเมตร (N/m²)

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

- ภายในขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่น E ของวัสดุชนิดเดียวกันจะเท่ากัน

ตัวอย่างที่ 11

ออกแรง 200 N ดึงเส้นลวดขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 10 mm ยาว 1.0 m หลังจากดึง เส้นลวดยาว 1.02 m จงหาความเค้นและความเครียดในเส้นลวด และค่าโมดูลัสของยัง



หา พท.หน้าตัดของเส้นลวด $A = \frac{\pi}{4} d^2 = 3.14(0.01)^2 = 3.14 \times 10^{-4}$

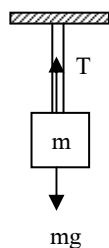
หาความเค้น จาก $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{200}{3.14 \times 10^{-4}} = 6.37 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ **Ans**

หาความเครียด จาก $\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{0.02}{1.0} = 0.02$ **Ans**

หาค่าโมดูลัสของยัง จาก $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{6.37 \times 10^5}{0.02} = 3.18 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 12

แขวนวัตถุมวล 50 kg กับลวดโลหะยาว 2 m มีพื้นที่หน้าตัด 0.40 mm² และค่าโมดูลัสของยัง เป็น 2×10^{10} ความยาวของลวดจะเป็นเท่าใด หลังแขวนวัตถุ





จากรูป $T = mg = 50(10) = 500 \text{ N}$

จาก $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{T}{A} = \frac{500}{0.4 \times 10^{-6}} = 1.25 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

จาก $\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\Delta L}{2.0}$

จาก $E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{1.25 \times 10^9 \times 2.0}{\Delta L} = 2.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

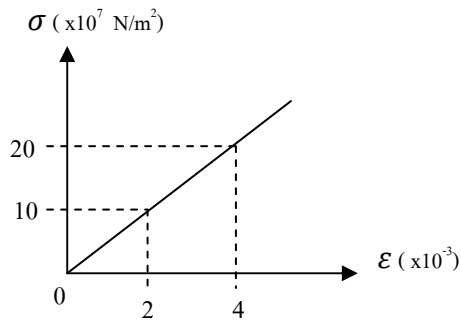
$\Delta L = 0.125 \text{ m}$

จาก $L = L_0 + \Delta L = 0.125 + 2.0$

$\therefore L = 2.125 \text{ m}$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 13

กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (σ) และความเครียด (ϵ) ของวัสดุชิ้นหนึ่ง เป็นดังรูป จงหาค่ามอดูลัสของยัง (E)



จาก $E = \frac{\sigma}{\epsilon} =$ ความชันของกราฟ

$\therefore E = \frac{20 \times 10^7}{4 \times 10^{-3}} = 5.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ **Ans**