

โรงเรียน **ดีดี**



ที่พึ่งทางการศึกษา ช่วยไขปัญหาให้ทุกคน SchoolDD.com

บทที่ 5

งาน และพลังงาน

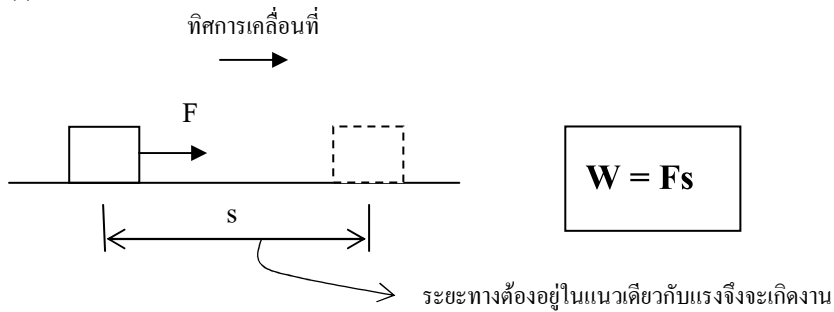




บทที่ 5

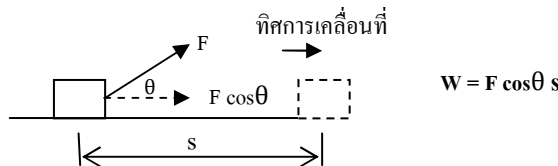
งาน และพลังงาน

5.1 งาน “W” หมายถึง แรงคูณระยะทางที่เคลื่อนที่ไปตามแนวแรงเป็นปริมาณสเกลาร์มีหน่วยเป็น N m หรือ จูล (J)

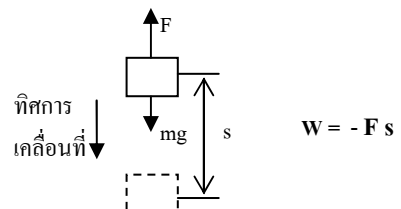
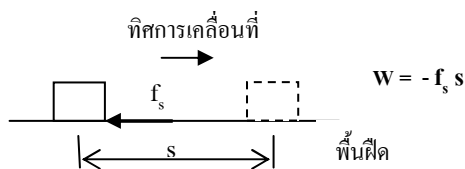


- การหิ้วกระเป๋าหนังสือเดินไปในแนวระดับ เกิดงานหรือไม่? เพราะเหตุใด?
- การแบกของเดินขึ้นบันได เกิดงานหรือไม่ อย่างไร?
- แรงที่ผลักวัตถุให้เคลื่อนเป็นวงกลมครบหนึ่งรอบบนพื้นราบ ทำให้เกิดงานหรือไม่? เพราะเหตุใด?
- แรงที่เชือกดึงเข้าสู่จุดศูนย์กลาง ทำให้อัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมครบหนึ่งรอบบนพื้นราบ ทำให้เกิดงานหรือไม่? เพราะเหตุใด?

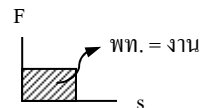
- ถ้าแนวแรงกระทำไม่อยู่ในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ ให้แตกแนวแรงออกมาอยู่ในทิศของการเคลื่อนที่



- ถ้าแนวแรงกระทำอยู่ในทิศทางตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ งานของแรงที่กระทำจะมีค่าเป็นลบ เช่น งานของแรงเสียดทาน งานของการหย่อนเชือกที่ผูกวัตถุให้เคลื่อนที่ลงในแนวตั้ง

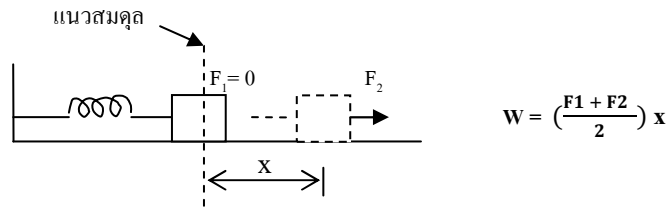


- สามารถหางานได้จากพื้นที่ใต้กราฟ F กับ s ($W = Fs$)





- กรณีแรงกระทำไม่คงที่ ใช้แรงเฉลี่ยในการหาค่างาน เช่นงานของการออกแรงดึงวัตถุที่ติดสปริง

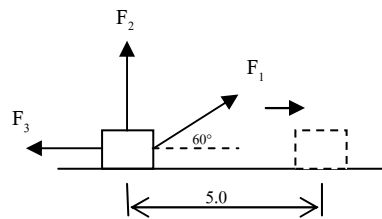


- งานรวมของวัตถุ จะหาได้จากงานของแรงแต่ละแรงรวมกัน (คิดเครื่องหมาย +,-) หรือหาได้จากงานของแรงลัพธ์ $W = F_{\text{ลัพธ์}} s$

ตัวอย่างที่ 1

ออกแรง 3 แรง กระทำกับวัตถุดังรูป ถ้า $F_1 = 20$ นิวตัน, $F_2 = 5$ นิวตัน และ $F_3 = 6$ นิวตัน ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง 5 เมตรในแนวระดับ จงหา

- งานของแรง F_1 , F_2 และ F_3
- งานรวมของแรงที่กระทำกับวัตถุ



ก.

งานของ F_1 หาได้โดย แยกแรง F_1 ให้มาอยู่ในแนวระดับ ซึ่งเป็นแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ได้ $F_1 \cos 60$ และระยะทางตามแนวแรงเท่ากับ 5.0 m

$$W_1 = F_1 \cos 60 s_1$$

$$= 20(1/2) 5$$

$$\therefore W_1 = 50 \text{ N-m (J) Ans}$$

งานของ F_2 , $W_2 = F_2 s_2$

$$= 5(0) \quad (\text{ระยะทางตามแนวแรง } F_2 \text{ เป็นศูนย์})$$

$$\therefore W_2 = 0 \text{ J Ans}$$

งานของ F_3 , $W_3 = F_3 s_3$

$$= -6(5) \quad (\text{แนวแรง } F_3 \text{ สวนทางกับทิศการเคลื่อนที่ } \therefore \text{แรงเป็นลบ})$$

$$\therefore W_3 = -30 \text{ J Ans}$$



ข.

$$\begin{aligned} \text{งานรวมของ } F_1 + F_2 + F_3, \quad W_{\text{รวม}} &= W_1 + W_2 + W_3 \\ &= 50 + 0 + (-30) \end{aligned}$$

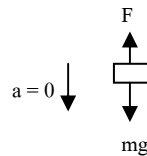
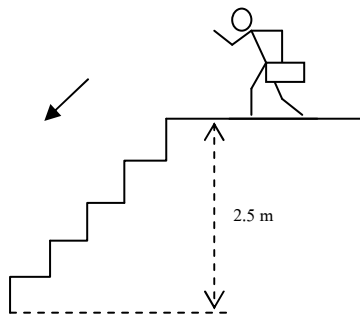
$$\therefore W_{\text{รวม}} = 20 \text{ J } \underline{\text{Ans}}$$

$$\begin{aligned} \text{หรือ } W_{\text{รวม}} &= F_{\text{ลัพธ์}} s \\ &= (F_1 \cos 60 - F_3) s \\ &= (20(1/2) - 6) 5 \end{aligned}$$

$$\therefore W_{\text{รวม}} = 20 \text{ J } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 2

ถ้านักเรียนหิ้วกระเป๋าหนังสือมวล 10 กิโลกรัม เดินลงบันไดอาคารเรียนสูง 2.5 เมตร อยากทราบว่างานที่เกิดจากการหิ้วกระเป๋าหนังสือเป็นเท่าใด ถ้าเดินลงด้วยความเร็วคงที่



“พิจารณาที่กระเป๋า มีแรงหิ้ว F กระทำในทิศทางขึ้นมีขนาดเท่ากับ mg . กระเป๋าและกระเป๋าเคลื่อนที่ในทิศทางลง”

เนื่องจากกระเป๋าเคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่ $\therefore a = 0$

และจาก $\Sigma F = ma$ จะได้ $F = mg = 10(10) = 100 \text{ N}$

ระยะทางตามแนวแรง คือแนวตั้ง = 2.5 m

$$W = F s$$

$$= -100(2.5) \quad (\text{แนวแรง } F \text{ สวนทางกับแนวการเคลื่อนที่ } \therefore \text{แรงเป็นลบ})$$

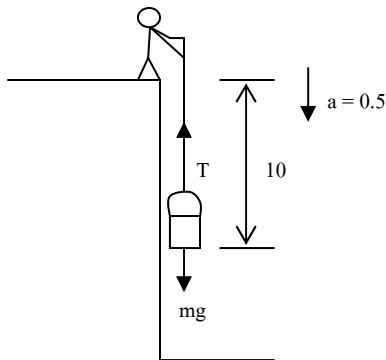
$$\therefore W = -250 \text{ J } \underline{\text{Ans}}$$

- จากตัวอย่าง ถ้าหิ้วกระเป๋าเดินขึ้นบันไดจะได้งานเท่าใด และถ้าหิ้วกระเป๋าใบเดิมเดินไปตามทางผ่านหน้าห้องเรียนเป็นระยะทาง 10 m จะได้งานเท่าใด?
- คนงานแบกกระสอบข้าวสารเดินขึ้นสะพานลอยแล้วข้ามถนนไปยังอีกฝั่ง เขาจะทำงานได้รวมเป็นเท่าไร?



ตัวอย่างที่ 3

คนงานก่อสร้างหย่อนถังปูนบรรจุเครื่องมือ ที่ผูกติดกับเชือกมวลเบา ลงมาจากชั้นคาตฟ้าของตึก ถ้ามวลถังปูนและเครื่องมือรวม 4 กิโลกรัม จงหางานของแรงในเส้นเสื่ออกเมื่อหย่อนถังปูนลงมาได้ 10 เมตร ด้วยความเร่งคงที่ 0.5 เมตร/นาที่²



“วาดรูปตามโจทย์ ใส่แรงต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ”

งาน $W = F s$ รู้ s หา F แล้วแทนค่า

จาก $\Sigma F = ma$

จะได้ $mg - T = ma$

$$4(10) - T = 4(0.5)$$

$$T = 38$$

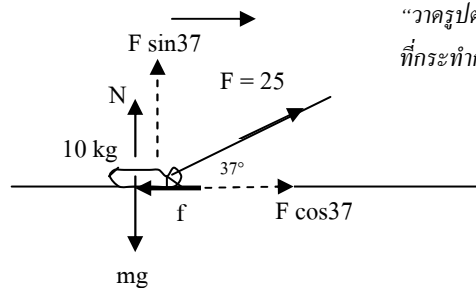
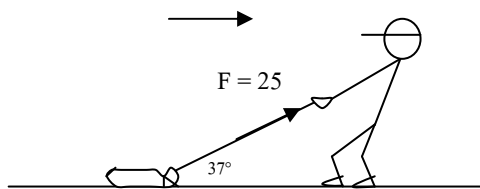
จาก $W = F s$

$$= -38(10)$$

$$\therefore W = -380 \text{ J } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 4

ออกแรง 25 นิวตัน ลากกล่องทรายมวล 10 กิโลกรัม ซึ่งวางนิ่งไปตามพื้นราบลื่นดังรูป จงหางานของแรงนั้นในเวลา 2 วินาที และถ้าพื้นมี สปส.ตามความเสียดทาน 0.1 งานรวมของแรงที่กระทำกับกล่องทรายเป็นเท่าใด



“วาดรูปตามโจทย์ ใส่แรงต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุ”

กรณี พื้นลื่น $f = 0$

จาก $\Sigma F = ma$

จะได้ $F \cos 37 = ma$

$$25(4/5) = 10 a$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$



หา s จาก $s = ut + \frac{1}{2} at^2$
 $= 0 + \frac{1}{2} (2)(2^2)$
 $s = 4 \text{ m}$

“แรงซึ่งอยู่แนวเดียวกับการเคลื่อนที่”

จาก $W = F s = F \cos 37^\circ s$
 $= 25(4/5)(4)$

$\therefore W = 80 \text{ J}$ **Ans**

กรณี พื้นฝืด $f = \mu N = \mu(mg - F \sin 37^\circ)$
 $= 0.1(10(10) - 25(3/5))$
 $f = 8.5 \text{ N}$

จาก $\Sigma F = ma$

จะได้ $F \cos 37^\circ - f = ma$

$(20 - 8.5) = 10 a$

$a = 1.15 \text{ m/s}^2$

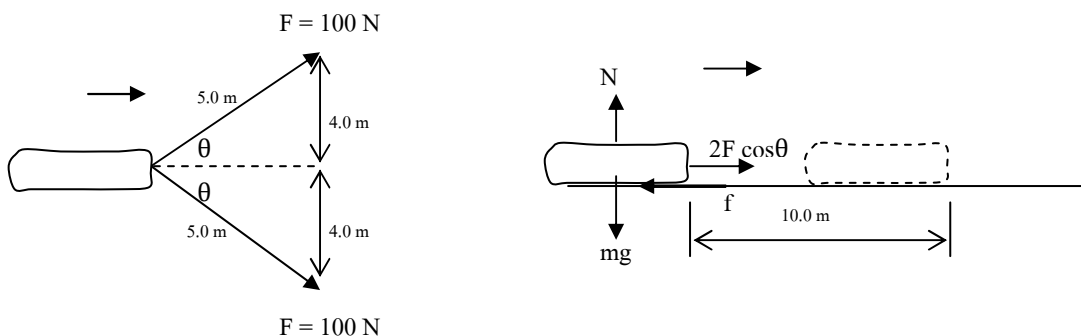
หา s จาก $s = ut + \frac{1}{2} at^2$
 $= 0 + \frac{1}{2} (1.15)(2^2)$
 $s = 2.3 \text{ m}$

จาก $W_{\text{รวม}} = F_{\text{ลัพธ์}} s = (F \cos 37^\circ - f) s$
 $= (20 - 8.5)(2.3)$

$\therefore W_{\text{รวม}} = 26.45 \text{ J}$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 5

ใช้ช่างสองเชือกออกแรง เชือกละ 100 นิวตัน เพื่อลากขงท่อนใหญ่ด้วยเชือกยาว 5 เมตร และช่างอยู่ห่างกัน 8 เมตร ลากขงไปในแนวราบได้ 10 เมตร จงหางานที่เกิดขึ้น ถ้าระหว่างพื้นกับขงมีแรงเสียดทาน 20 นิวตัน



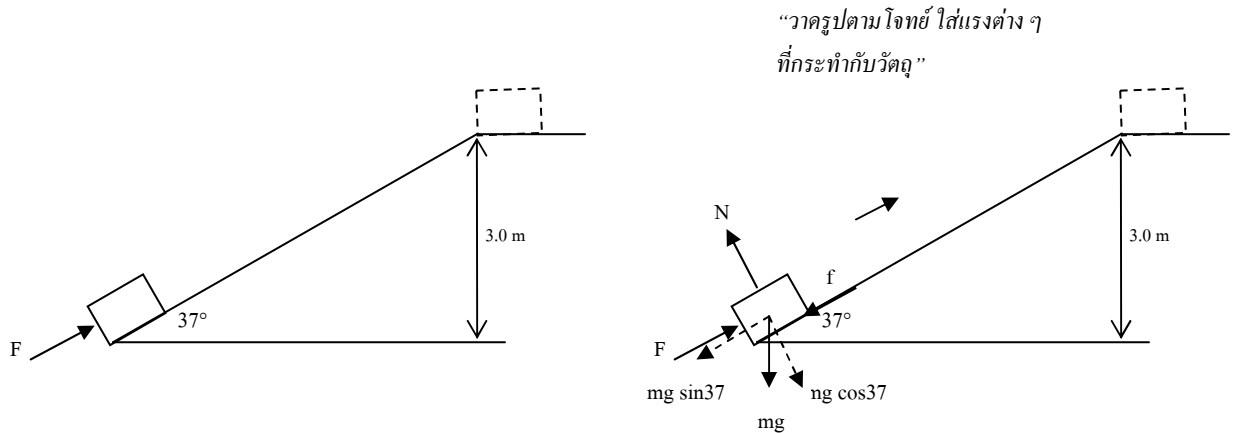
จาก $W_{\text{รวม}} = F_{\text{ลัพธ์}} s = (2F \cos \theta - f) s$
 $= (2(100)(3/5) - 20)(10)$

$\therefore W_{\text{รวม}} = 1000 \text{ J}$ **Ans**



ตัวอย่างที่ 6

จงหาอย่างน้อยที่คนงานคนหนึ่งต้องทำในการดันกล่องสินค้ามวล 40 กิโลกรัม ขึ้นไปตามพื้นเอียงทำมุม 37° กับพื้นราบ ถึงจุดสูงจากพื้นราบ 3 เมตร ถ้าแรงเสียดทานระหว่างพื้นเอียงกับกล่องเป็น 60 นิวตัน



จากรูป แรงดันอย่างน้อย ที่จะทำให้กล่องเคลื่อนที่ขึ้นคือ

$$\begin{aligned}
 F &= mg \sin 37 + f \\
 &= 40(10)(3/5) + 60 \\
 F &= 300 \text{ N}
 \end{aligned}$$

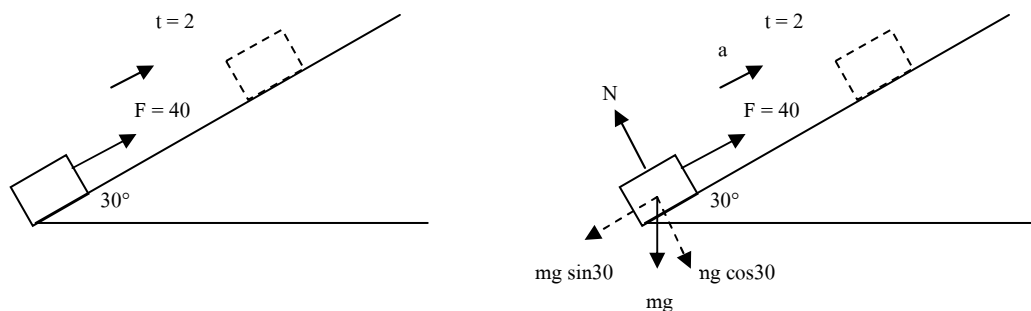
จาก $W = F s$ (พิจารณาตามแนวพื้นเอียง $s = 5 \text{ m}$)

$$= 300(5)$$

∴ $W = 1500 \text{ J}$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 7

ออกแรงดึง 40 นิวตัน ในแนวขนานกับพื้นเอียง 30° กับแนวระดับเพื่อให้อัตุมวล 4 กิโลกรัม ที่วางนิ่งอยู่ที่ปลายล่างเคลื่อนที่ไปตามแนวพื้นเอียงเป็นเวลา 2 วินาที จงหาของแรงดึง ถ้าพื้นเอียงลื่น



จาก $W = F s$, รู้ F หา s

จาก $\Sigma F = ma$

$$F - mg \sin 30 = ma$$



$$40 - 4(10)(1/2) = 4a$$

$$a = 5 \text{ m/s}^2$$

หา s จาก $s = ut + \frac{1}{2} at^2$

$$= 0 + \frac{1}{2} (5)(2^2)$$

$$s = 10 \text{ m}$$

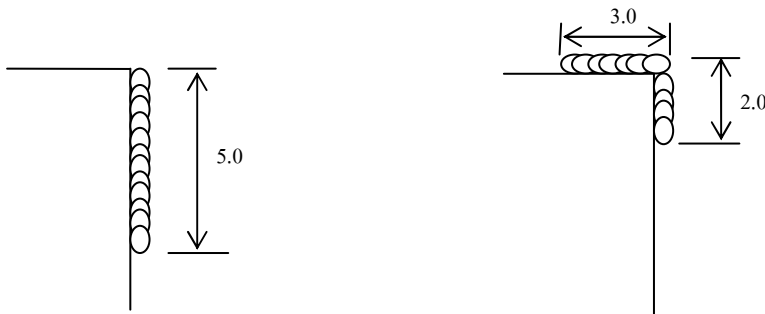
จาก $W = F s$ (พิจารณาตามแนวพื้นเอียง $s = 10 \text{ m}$)

$$= 40(10)$$

$$\therefore W = 400 \text{ J } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 8

ต้องการดึงโซ่ยาว 5 เมตร มวล 50 กิโลกรัม ที่พาดอยู่ข้างกำแพงขึ้นไปบนพื้นดังรูป จงหางานในการดึงโซ่นี้ถ้าดึงโซ่ด้วยความเร็วคงที่และทุกผิวสัมผัสลื่น



โจทย์ในลักษณะนี้ให้แยกงานที่ทำได้เป็น 2 ส่วนคือ งานที่ใช้ดึงโซ่ส่วนบน (3 เมตร) และส่วนล่าง (2 เมตร)

พิจารณาส่วนบนโซ่ยาว 3 เมตร

แรงที่ใช้ดึง $F_1 = mg (3/5)$ แรงที่ใช้ดึงโซ่ส่วนบน กระทำในแนวราบ ขนาดเท่ากับน้ำหนักของโซ่ส่วนบน (เหมือนแรงดึงเชือกที่คล้องผ่านรอก)

$$\therefore F_1 = 50(10)(3/5) = 300 \text{ N}$$

และ $s_1 = 3/2 = 1.5 \text{ m}$ (เป็นระยะของจุด cm. ของโซ่ส่วนบนที่เคลื่อนที่ได้)

ดังนั้น $W_1 = F_1 s_1$

$$= 300(1.5)$$

$$\therefore W_1 = 450 \text{ J}$$

ในการทำงานเดียวกันสำหรับโซ่ส่วนล่างยาว 2 เมตร

$$F_2 = mg (2/5)$$

$$\therefore F_2 = 50(10)(2/5) = 200 \text{ N}$$

และ $s_2 = 3.0 \text{ m}$ (จุด cm. ของโซ่ส่วนล่างเคลื่อนที่ได้ 3 m)

ดังนั้น $W_2 = F_2 s_2$

$$= 200(3.0)$$



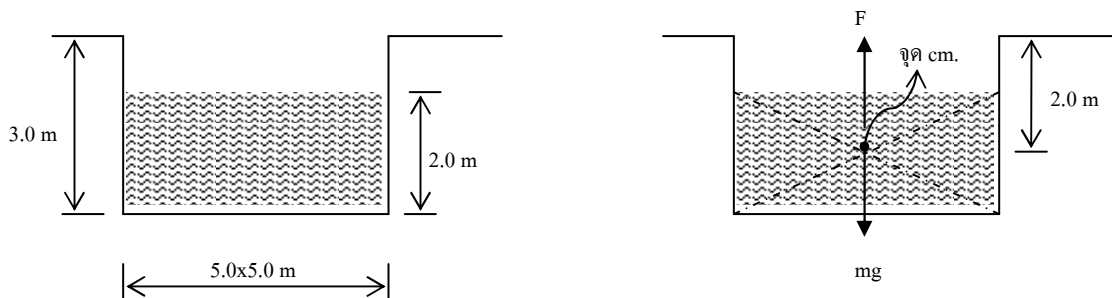
$$\therefore W_2 = 600 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad W_{\text{รวม}} &= W_1 + W_2 \\ &= 450 + 600 \end{aligned}$$

$$\therefore W_{\text{รวม}} = 1050 \text{ J} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 9

จงหางานที่ใช้ในการสูบน้ำออกจากสระ ขนาด 5x5 เมตร ลึก 3 เมตร มีน้ำลึก 2 เมตร ต้องการสูบน้ำออกจากสระ ไปยังฝักระดับปากสระจนหมด (กำหนดให้ความหนาแน่นของน้ำ = 1 ตัน / ลูกบาศก์เมตร)



น้ำหนักของน้ำทั้งหมด จะกระทำที่จุด cm. ระยะทางเฉลี่ยวัดจากจุด cm. ถึงปากสระ

$$F = mg$$

$$\therefore F = 1 \times 10^3 (5 \times 5 \times 2)(10) = 5 \times 10^5 \text{ N}$$

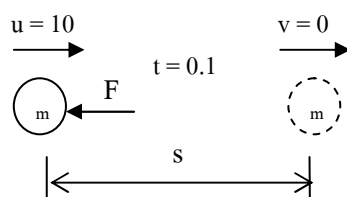
และ $s = 2.0 \text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad W &= F s \\ &= 5 \times 10^5 (2.0) \end{aligned}$$

$$\therefore W = 1 \times 10^6 \text{ J} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 10

ผู้รักษาประตูใช้มือรับลูกฟุตบอลมวล 0.4 กิโลกรัม ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ให้หยุดนิ่งภายในเวลา 0.1 วินาที จงหางานของแรงต้านที่มีมือกระทำต่อลูกบอล



จาก งาน $W = F s$ ----- ①

หา F จาก $F = ma$ (หา a จาก $v = u + at$ $\therefore a = (v-u)/t$)



$$F = m(v-u)/t$$

$$\therefore F = 0.4(0-10)/(0.1) = -40 \text{ N}$$

หา s จาก $s = (u+v)/2 \times t$

$$\text{และ } s = (10+0)/2 \times 0.1$$

$$\therefore s = 0.5 \text{ m}$$

แทนค่า F, s ใน ①,

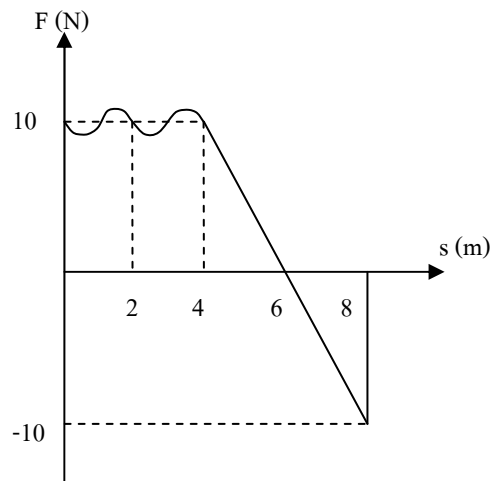
$$W = F s$$

$$= -40(0.5)$$

$$\therefore W = -20 \text{ J} \quad \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 11

กราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรง F กับระยะทาง s ที่กระทำกับวัตถุหนึ่งเป็นดังรูป จงหางานทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ



“ช่วง 0 --> 4 m แรงไม่คงที่
ใช้แรงเฉลี่ย $F = 10 \text{ N}$ ”

หางานทั้งหมดได้จาก พท. ได้กราฟ F กับ s โดยงานของ พท. เหนือแกนเป็นบวก และได้แกนเป็นลบ
จากรูป

$$W_{\text{รวม}} = W_{0 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 6} + W_{6 \rightarrow 8}$$

$$= (10 \times 4) + (1/2 \times 2 \times 10) + (1/2 \times 2 \times -10)$$

$$\therefore W_{\text{รวม}} = 40 \text{ J} \quad \underline{\text{Ans}}$$

5.2 กำลัง "P" หมายถึง งานที่ทำได้ในหนึ่งหน่วยเวลา เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็น จูล/วินาที หรือ วัตต์ (W)

$$P = \frac{W}{t}$$

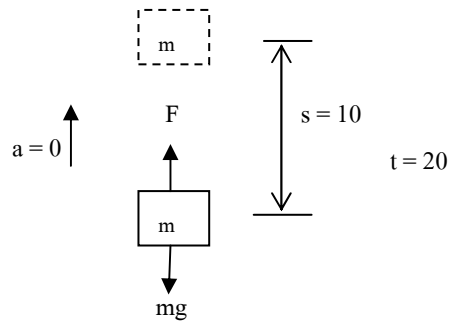
$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv \quad (\text{เมื่อ } v \text{ คงที่})$$

— แบกของเดินขึ้นบันไดกับวิ่งขึ้นบันไดอันไหนจะเหนื่อยกว่า เพราะการวิ่งขึ้นต้องใช้กำลังมากกว่าใช่หรือไม่



ตัวอย่างที่ 12

จงหาค่ากำลังของทาวเวอร์เครนเพื่อยกของมวล 1 ตัน ขึ้นสูง 10 เมตร ในเวลา 20 วินาที ด้วยความเร็วคงที่



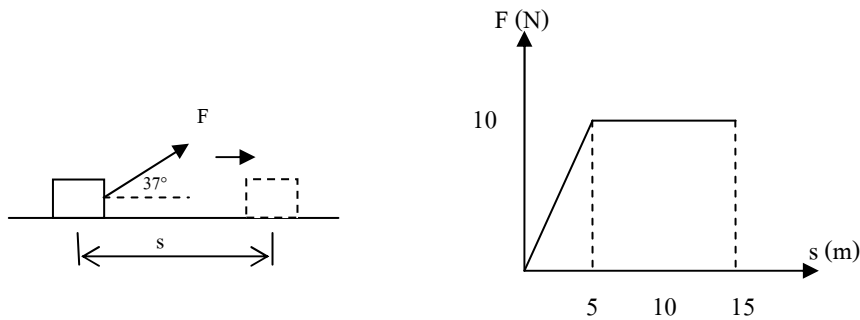
จาก กำลัง $P = W/t$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{F s}{t} \quad (\text{เคลื่อนที่ด้วย } v \text{ คงที่ } \therefore a = 0 \text{ และ } F = mg) \\
 &= \frac{mg s}{t} \\
 &= \frac{1 \times 10^3 (10) (10)}{20}
 \end{aligned}$$

$$\therefore P = 5 \times 10^3 \text{ W} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 13

ออกแรง F ลากวัตถุบนพื้นระดับ โดยแรง F ทำมุม 37° กับแนวระดับขนาดของแรง F เปลี่ยนแปลง ตามการกระจัดดังกราฟ จงหาค่ากำลังในการทำให้วัตถุเคลื่อนที่ได้ทาง 15 เมตร ในเวลา 20 วินาที



จาก กำลัง $P = W/t$ ----- ①

แต่ จากรูป

$$\begin{aligned}
 W &= (F \cos 37) s \\
 &= F s \cos 37 \quad (= \text{พท. ใต้กราฟ} \times \cos 37) \\
 &= \frac{1}{2} \times (15 + 10) \times 10 \times (4/5)
 \end{aligned}$$

$$W = 100 \text{ J}$$

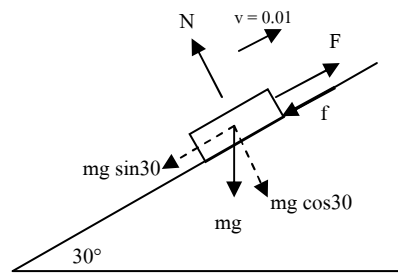
แทนค่า W ใน ①, $P = 100/20$

$$\therefore P = 5 \text{ W} \quad \text{Ans}$$



ตัวอย่างที่ 14

ช่างลากซุงมวล 100 กิโลกรัม ขึ้นเนินเอียง 30° กับแนวระดับด้วยความเร็วคงที่ 0.01 m/s ถ้า สปส. ความเสียดทานระหว่างพื้นเอียงกับซุงมีค่าเท่ากับ $1/\sqrt{3}$ จงหาค่ากำลังของช่างในการลากซุงนี้



จาก กำลัง $P = W/t = F v$ ----- ①

รู้ v หา F ได้ จากรูป $\Sigma F = ma$

$$F - mg \sin 30 - f = 0 \quad (v \text{ คงที่ } a = 0, f = \mu N = \mu mg \cos 30)$$

$$F - 100(10)(1/2) - (1/\sqrt{3})(100)(10)(\sqrt{3}/2) = 0$$

$$F = 1000 \text{ N}$$

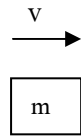
แทนค่า F ใน ①, $P = 1000 (0.01)$

$$\therefore P = 10 \text{ W} \quad \text{Ans}$$



5.3 พลังงาน

5.3.1 พลังงานจลน์ “ E_k ” หมายถึง พลังงานของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ เป็นปริมาณสเกลาร์มีหน่วยเป็น จูล (J)

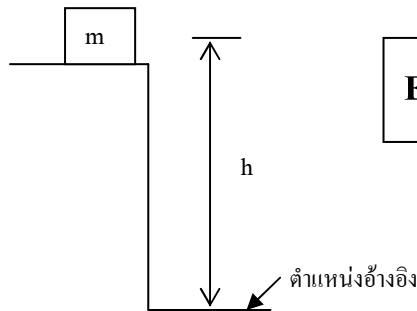


$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

“วัตถุมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ในทิศทางใดก็ตาม จะมีพลังงานจลน์ เท่ากับ $1/2 mv^2$
พลังงานจลน์ มีหน่วยเป็น $kg\ m^2/s^2 = kg\ m/s^2\ m = Nm = J$ หน่วยเดียวกับงาน”

5.3.2. พลังงานศักย์ “ E_p ” หมายถึง พลังงานที่สะสมอยู่ในวัตถุ เมื่อวัตถุเปลี่ยนตำแหน่งไปจากเดิม เป็นปริมาณสเกลาร์ มีหน่วยเป็น จูล (J) แบ่งออกเป็น

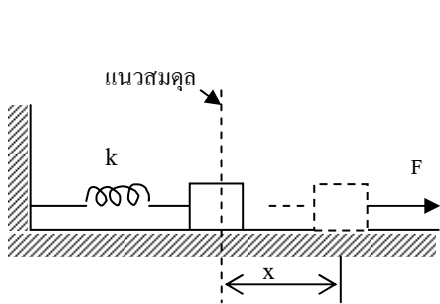
1. พลังงานศักย์โน้มถ่วง



$$E_p = mgh$$

“วัตถุมวล m อยู่สูงจากตำแหน่งอ้างอิง เป็นระยะ h จะมีพลังงานศักย์โน้มถ่วงเทียบกับตำแหน่งอ้างอิง เท่ากับ mgh
พลังงานศักย์โน้มถ่วง มีหน่วยเป็น $kg\ m/s^2\ m = Nm = J$ หน่วยเดียวกับงาน”

2. พลังงานศักย์ยืดหยุ่น



$$E_p = \frac{1}{2} kx^2$$

“วัตถุมวล m ถูกติดอยู่กับปลายสปริงที่ถูกดึงให้ยืดออก หรือถูกกดให้หดตัว เป็นระยะ x จากตำแหน่งสมดุล จะมีพลังงานศักย์ยืดหยุ่น เท่ากับ $1/2 kx^2$
พลังงานศักย์ยืดหยุ่น มีหน่วยเป็น $N/m\ m^2 = Nm = J$ หน่วยเดียวกับงาน”

5.4. กฎการอนุรักษ์พลังงาน

“พลังงานรวมของวัตถุที่ตำแหน่งต่างๆ มีค่าคงที่”

$$\sum E_1 = \sum E_2$$

เมื่อ ไม่มีแรงเสียดทาน มากกระทำ

$$\sum E_1 - W_{1 \rightarrow 2} = \sum E_2$$

เมื่อมีแรงเสียดทาน มากกระทำ

พลังงานรวม จะสูญเสียให้กับ งานของแรงเสียดทานส่วนหนึ่ง



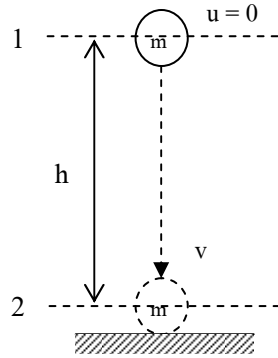
โดยที่ $\Sigma E_1 =$ พลังงานรวมที่ตำแหน่ง 1 ($E_{p1} + E_{k1}$)

$\Sigma E_2 =$ พลังงานรวมที่ตำแหน่ง 2 ($E_{p2} + E_{k2}$)

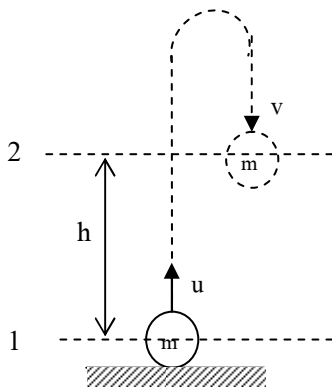
$W_{1 \rightarrow 2} =$ งานของแรงเสียดทาน จากตำแหน่ง 1 ไป 2

ตัวอย่าง การเคลื่อนที่ของวัตถุ ที่เป็นไปตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน

1. การเคลื่อนที่อย่างอิสระ ภายใต้แรงดึงดูดของโลก (ไม่คิดแรงต้านของอากาศ)

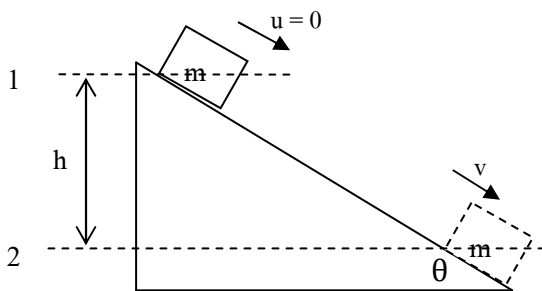


$$\begin{aligned} \Sigma E_1 &= \Sigma E_2 \\ E_{p1} + E_{k1} &= E_{p2} + E_{k2} \\ mgh + 0 &= 0 + \frac{1}{2} mv^2 \\ mgh &= \frac{1}{2} mv^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \Sigma E_1 &= \Sigma E_2 \\ E_{p1} + E_{k1} &= E_{p2} + E_{k2} \\ 0 + \frac{1}{2} mu^2 &= mgh + \frac{1}{2} mv^2 \\ \frac{1}{2} mu^2 &= mgh + \frac{1}{2} mv^2 \end{aligned}$$

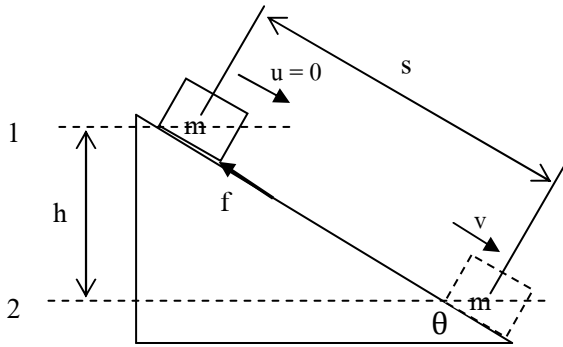
2. วัตถุเคลื่อนที่ลงมาตามพื้นเอียงลื่น



$$\begin{aligned} \Sigma E_1 &= \Sigma E_2 \\ E_{p1} + E_{k1} &= E_{p2} + E_{k2} \\ mgh + 0 &= 0 + \frac{1}{2} mv^2 \\ mgh &= \frac{1}{2} mv^2 \end{aligned}$$

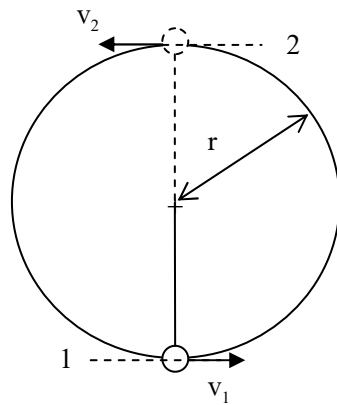


3. วัตถุเคลื่อนที่ลงมาตามพื้นเอียงฝืด

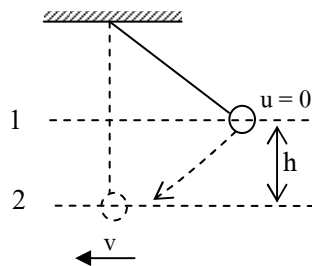


$$\begin{aligned} \Sigma E_1 - W_{1 \rightarrow 2} &= \Sigma E_2 \\ E_{p1} + E_{k1} - fs &= E_{p2} + E_{k2} \\ mgh + 0 - fs &= 0 + \frac{1}{2}mv^2 \\ mgh - fs &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned}$$

4. วัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมในแนวตั้ง

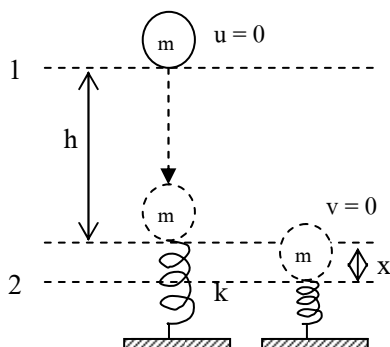


$$\begin{aligned} \Sigma E_1 &= \Sigma E_2 \\ E_{p1} + E_{k1} &= E_{p2} + E_{k2} \\ 0 + \frac{1}{2}mv_1^2 &= mgh + \frac{1}{2}mv_2^2 \\ \frac{1}{2}mv_1^2 &= mg(2r) + \frac{1}{2}mv_2^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \Sigma E_1 &= \Sigma E_2 \\ E_{p1} + E_{k1} &= E_{p2} + E_{k2} \\ mgh + 0 &= 0 + \frac{1}{2}mv^2 \\ mgh &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned}$$

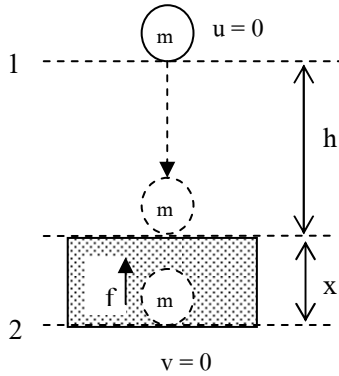
5. วัตถุตกกระทบสปริง



$$\begin{aligned} \Sigma E_1 &= \Sigma E_2 \\ E_{p1} + E_{k1} &= E_{p2} + E_{k2} \\ mg(h+x) + 0 &= \frac{1}{2}kx^2 + 0 \\ mg(h+x) &= \frac{1}{2}kx^2 \end{aligned}$$

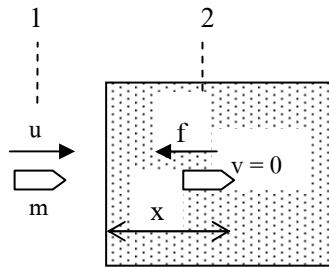


6. วัตถุตกกระทบและจมลงในพื้นทราย



$$\begin{aligned} \Sigma E_1 - W_{1 \rightarrow 2} &= \Sigma E_2 \\ E_{p1} + E_{k1} - f x &= E_{p2} + E_{k2} \\ mg(h+x) + 0 - f x &= 0 + 0 \\ mg(h+x) &= f x \end{aligned}$$

7. ยิงกระสุนฝังเข้าไปในเนื้อไม้

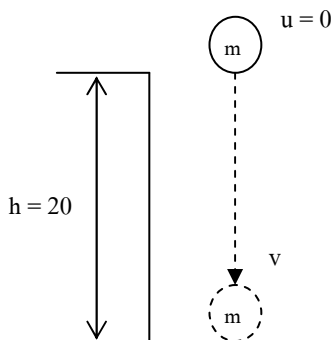


$$\begin{aligned} \Sigma E_1 - W_{1 \rightarrow 2} &= \Sigma E_2 \\ E_{p1} + E_{k1} - f x &= E_{p2} + E_{k2} \\ 0 + \frac{1}{2} m u^2 - f x &= 0 + 0 \\ \frac{1}{2} m u^2 &= f x \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 15

ปล่อยวัตถุมวล 1 กิโลกรัม จากจุดตฟ้าตึกสูง 20 เมตร จงหา

- ก. พลังงานศักย์ของวัตถุขณะเริ่มปล่อย
- ข. พลังงานจลน์ของวัตถุขณะกระทบพื้น



ก. $E_p = ?$ ขณะเริ่มปล่อย

จาก $E_p = mgh$
 $= 1(10)(20)$

$\therefore E_p = 200 \text{ J}$ **Ans**



ข. $E_k = ?$ ขณะกระทบพื้น

จาก $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ ----- ①

รู้ m หา v จาก $v^2 = u^2 + 2as$
 $= 0 + 2(10)(20)$

$\therefore v = 20 \text{ m/s}$

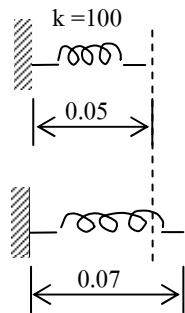
แทนค่า v ใน ①, $E_k = \frac{1}{2}(1)(20^2)$

$\therefore E_k = 200 \text{ J}$ **Ans**

ข้อสังเกต จะเห็นว่า พลังงานศักย์ของวัตถุตอนเริ่มปล่อย จะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์เมื่อตกกระทบพื้น โดยค่าพลังงานกลหรือพลังงานรวม จะคงที่ตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน

ตัวอย่างที่ 16

สปริงยาว 5 เซนติเมตร มีค่าคงตัว 100 N/m ถ้ายืดสปริงออกจนยาว 7 เซนติเมตร สปริงจะมีพลังงานศักย์ยืดหยุ่นเท่าใด



จากรูป สปริงยืดออกจากเดิม $0.07 - 0.05 = 0.02 \text{ m}$

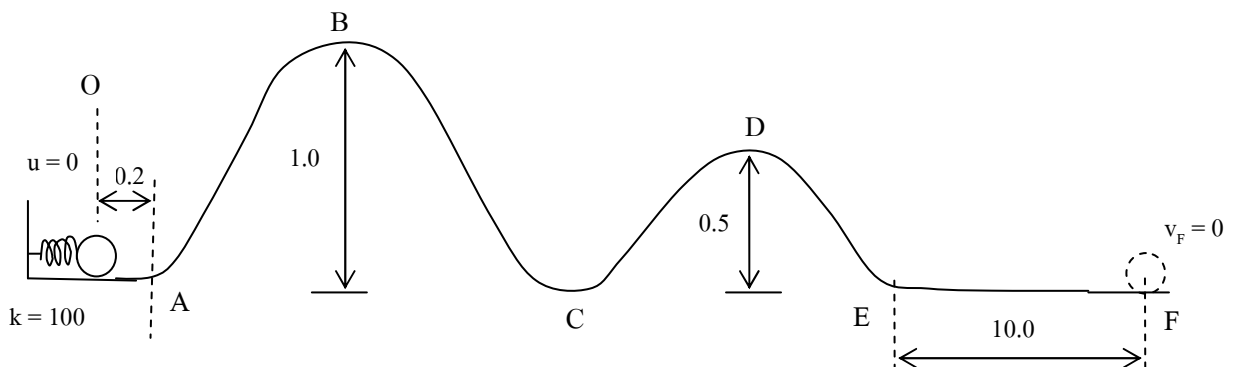
จาก $E_p = \frac{1}{2}kx^2$
 $= \frac{1}{2}(100)(0.02^2)$

$\therefore E_p = 0.02 \text{ J}$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 17

วัตถุทรงกลม มวล 0.1 กิโลกรัม ถูกกดกับสปริงที่มีค่าคงที่ 100 N/m ทำให้สปริงหดลง 20 เซนติเมตร จากเดิมแล้ว ปล่อยวัตถุให้เคลื่อนที่ไปตามแนวโค้งดังรูป โดยทางโค้งไม่มีแรงเสียดทาน และวัตถุไปหยุดที่จุด F จงหา

- ก. อัตราเร็ว ณ. จุด A, B, C, D และ E
- ข. งานของแรงเสียดทานในช่วง EF





ก. $v_A, v_B, v_C, v_D, v_E = ?$

พิจารณาที่ตำแหน่งเริ่มต้น วัตถุมีพลังงานรวมเท่ากับ พลังงานศักย์ยืดหยุ่น

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \Sigma E_0 &= E_{p0} = \frac{1}{2} kx^2 \\ &= \frac{1}{2} (100)(0.2^2) \end{aligned}$$

$$\therefore \Sigma E_0 = 2 \text{ J}$$

พิจารณา จาก O --> A $\Sigma E_0 = \Sigma E_A$ ตามกฎการอนุรักษ์พลังงาน

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{1}{2} m v_A^2 \\ 2 &= \frac{1}{2} (0.1)(v_A^2) \end{aligned}$$

$$\therefore v_A = 6.3 \text{ m/s} \quad \underline{\text{Ans}}$$

พิจารณา จาก O --> B $\Sigma E_0 = \Sigma E_B$

$$\begin{aligned} 2 &= mgh + \frac{1}{2} m v_B^2 \\ 2 &= 0.1(10)(1) + \frac{1}{2} (0.1)(v_B^2) \end{aligned}$$

$$\therefore v_B = 4.5 \text{ m/s} \quad \underline{\text{Ans}}$$

พิจารณา จาก O --> C $\Sigma E_0 = \Sigma E_C$

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{1}{2} m v_C^2 \\ 2 &= \frac{1}{2} (0.1)(v_C^2) \end{aligned}$$

$$\therefore v_C = 6.3 \text{ m/s} \quad \underline{\text{Ans}}$$

พิจารณา จาก O --> D $\Sigma E_0 = \Sigma E_D$

$$\begin{aligned} 2 &= mgh + \frac{1}{2} m v_D^2 \\ 2 &= 0.1(10)(0.5) + \frac{1}{2} (0.1)(v_D^2) \end{aligned}$$

$$\therefore v_D = 5.5 \text{ m/s} \quad \underline{\text{Ans}}$$

พิจารณา จาก O --> E $\Sigma E_0 = \Sigma E_E$

$$\begin{aligned} 2 &= \frac{1}{2} m v_E^2 \\ 2 &= \frac{1}{2} (0.1)(v_E^2) \end{aligned}$$

$$\therefore v_E = 6.3 \text{ m/s} \quad \underline{\text{Ans}}$$

ข. $W_{E \rightarrow F} = ?$

พิจารณา จาก O --> F $\Sigma E_0 - W_{E \rightarrow F} = \Sigma E_A$

$$2 - W_{E \rightarrow F} = 0$$

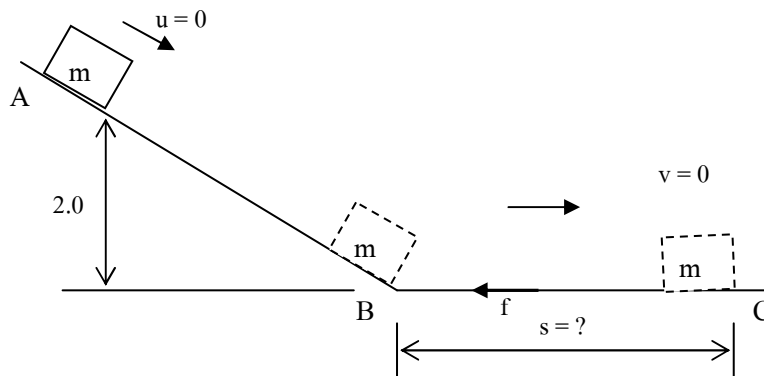
$$\therefore W_{E \rightarrow F} = 2 \text{ J} \quad \underline{\text{Ans}}$$

พลังงานรวมที่ตำแหน่งเริ่มต้น O จะสูญเสียให้กับงานเนื่องจากแรงเสียดทานในช่วง E --> F จนหมดทำให้วัตถุหยุดนิ่งที่ตำแหน่ง F



ตัวอย่างที่ 18

วัตถุมวล m ถูกปล่อยจากพื้นเอียงลื่น คังรูป จงหาว่าวัตถุ จะเคลื่อนที่ไปได้ไกลสุดเท่าใด บนพื้นราบซึ่งมี สปส. ความเสียดทาน 0.4



พิจารณา จาก A --> C $\Sigma E_A - W_{B \rightarrow C} = \Sigma E_C$

$$mgh - fs = 0$$

$$mgh - \mu mg(s) = 0$$

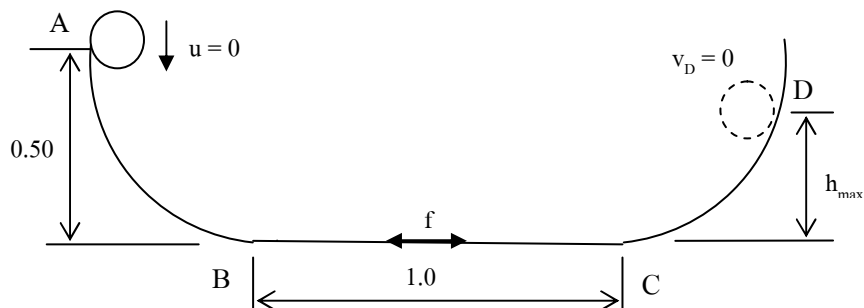
$$s = h/\mu = 2/0.4$$

$\therefore s = 5 \text{ m}$ **Ans**

ตัวอย่างที่ 19

ปล่อยลูกบอล จากปากชามให้เคลื่อนที่ลงมาตามแนวผิวโค้งลื่น ถ้าท้องชามยาว 1 เมตร มี สปส. ความเสียดทาน 0.1 อยากทราบว่า

- ลูกบอลจะเคลื่อนที่ขึ้นไปได้สูงสุดเท่าไร
- ลูกบอลจะหยุด ณ ตำแหน่งใด



ก. $h_{\max} = ?$

พิจารณา จาก A --> D $\Sigma E_A - W_{B \rightarrow C} = \Sigma E_D$

$$mgh - fs = mgh_{\max}$$



$$mgh - \mu mg(s) = mgh_{\max}$$

$$h_{\max} = h - \mu(s) = 0.5 - 0.1(1)$$

$$\therefore h_{\max} = 0.4 \text{ m} \quad \underline{\text{Ans}}$$

ข. ตำแหน่งหยุดของลูกบอล

พลังงานรวมของลูกบอล จะสูญเสียให้กับงานเนื่องจากแรงเสียดทานทั้งหมด จึงจะทำให้ลูกบอลหยุดนิ่ง

ดังนั้น

$$\Sigma E_A = W_{B \rightarrow C}$$

$$mgh = fs$$

$$mgh = \mu mg(s)$$

$$s = h/\mu = 0.5/0.1$$

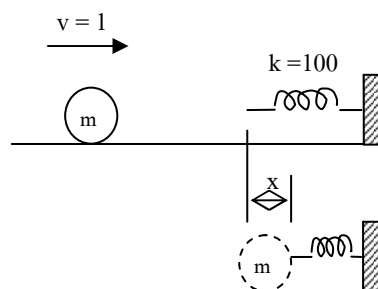
$$\therefore s = 5.0 \text{ m}$$

ลูกบอลจะเคลื่อนที่ไป-กลับแล้วหยุดที่ตำแหน่ง Cพอดีจึงจะได้ระยะ $s = 5.0 \text{ m}$ Ans

— ลูกบอลจะเคลื่อนที่ไป-กลับผ่านตำแหน่ง B กี่ครั้ง ?

ตัวอย่างที่ 20

ขว้างวัตถุมวล 1.0 กิโลกรัม ด้วยความเร็ว 1 เมตร / วินาที บนพื้นราบเกลี้ยงเข้าสู่สปริงซึ่งยึดติดกับผนัง และมีค่า $k = 100$ นิวตัน / เมตร สปริงจะหดเข้าไปมากที่สุดเท่าไร



พลังงานจลน์จากการขว้าง จะเปลี่ยนเป็นพลังงานศักย์ยืดหยุ่นของสปริง

$$\text{จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน} \quad \Sigma E_1 = \Sigma E_2$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} kx^2$$

$$1.0(1^2) = 100(x^2)$$

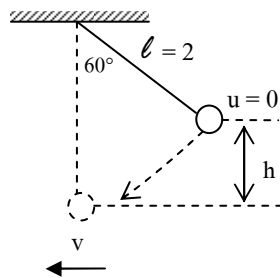
$$x^2 = 1/100$$

$$\therefore x = 0.1 \text{ m} \quad \underline{\text{Ans}}$$



ตัวอย่างที่ 21

จากรูปเมื่อปล่อยวัตถุมวล 0.2 กิโลกรัม ขณะที่เชือกทำมุม 60 องศา กับแนวดิ่ง วัตถุจะมีความเร็วเท่าใดที่จุดต่ำสุด



พลังงานศักย์โน้มถ่วงที่จุดเริ่มต้น จะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ที่จุดต่ำสุด

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\Sigma E_1 = \Sigma E_2$

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2$$

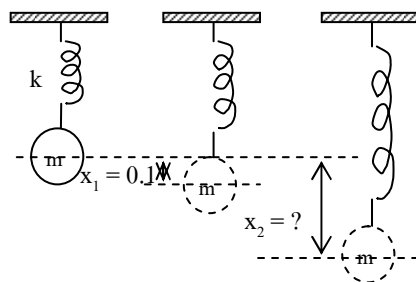
$$v^2 = 2gh = 2g(l - l \cos 60)$$

$$v^2 = 2(10)(2 - 2(1/2))$$

$$\therefore v = \sqrt{20} \text{ m/s} \quad \text{Ans}$$

ตัวอย่างที่ 22

สปริงเบาแขวนติดกับเพดานดังรูป นำวัตถุ 1 กิโลกรัม ผูกติดกับปลายสปริงแล้วหย่อนวัตถุลงมาอย่างช้าๆ จนหยุดนิ่ง ทำให้สปริงยืดออกไปจากเดิม 0.10 เมตร ถ้าแขวนวัตถุเดิมกับปลายสปริงแล้วปล่อยมือทันที อยากทราบว่าสปริงจะยืดออกไปได้มากที่สุดเท่าไร



เมื่อหย่อนวัตถุลงมาช้า ๆ จนหยุดนิ่ง วัตถุอยู่ในสมดุล

จะได้ $F_{\text{สปริง}} = mg$

$$kx_1 = mg$$

$$k = 1(10)/0.1 = 100 \text{ N/m}$$

เมื่อปล่อยวัตถุลงมาทันที พลังงานศักย์โน้มถ่วง จะเปลี่ยนเป็นพลังงานศักย์ยืดหยุ่น

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\Sigma E_1 = \Sigma E_2$

$$mgh = \frac{1}{2} kx^2$$

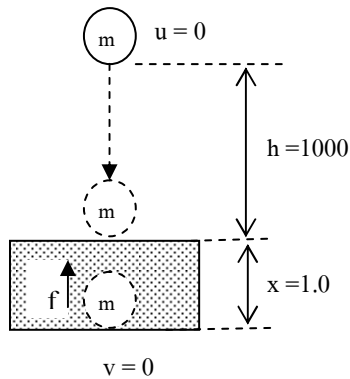
$$1(10) x_2 = \frac{1}{2} (100)(x_2^2)$$

$$\therefore x_2 = 0.2 \text{ m} \quad \text{Ans}$$



ตัวอย่างที่ 23

ทิ้งลูกระเบิดมวล 10 กิโลกรัม ลงมาจากเครื่องบินสูง 1000 เมตร ลูกระเบิดด้านและจมลงในพื้นดิน 1 เมตร จงหาแรงต้านเฉลี่ยของดิน (ไม่คิดแรงต้านของอากาศ)



พลังงานศักย์โน้มถ่วงสูญเสียไปกับแรงเสียดทานหรือแรงต้านของดิน

$$\Sigma E_1 - W_{1 \rightarrow 2} = \Sigma E_2$$

$$mg(h+x) - f x = 0$$

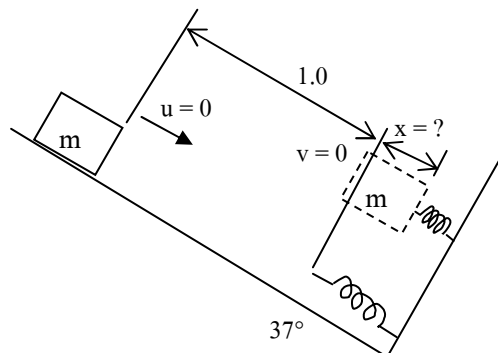
$$mg(h+x) = f x$$

$$10(10)(1000+1) = f(1)$$

$$\therefore f = 100100 \text{ N } \underline{\text{Ans}}$$

ตัวอย่างที่ 24

ปล่อยวัตถุมวล 1 กิโลกรัม บนพื้นเอียงฝืด $\mu_k = 0.5$ ทำมุม 37 องศา ที่ปลายด้านล่างยึดติดกับสปริง มีค่า $k = 100 \text{ N/m}$ วางห่าง 1.0 เมตร ดังรูป อยากรทราบว่าสปริงจะหดตัวเข้าไปมากที่สุดเท่าไร



พลังงานศักย์โน้มถ่วงตอนเริ่มต้นจะเปลี่ยนเป็นพลังงานศักย์ยืดหยุ่นและสูญเสียบางส่วนให้กับงานเนื่องจากแรงเสียดทาน

$$\text{จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน } \Sigma E_1 - W_{1 \rightarrow 2} = \Sigma E_2$$

$$mgh - f s = \frac{1}{2} kx^2$$

$$mg(1+x) \sin 37 - \mu mg \cos 37(1+x) = \frac{1}{2} kx^2$$

$$1(10)(1+x)(3/5) - 0.5(1)(10)(4/5)(1+x) = \frac{1}{2} (100) x^2$$

$$6(1+x) - 4(1+x) = 50 x^2$$

$$25 x^2 - x - 1 = 0$$

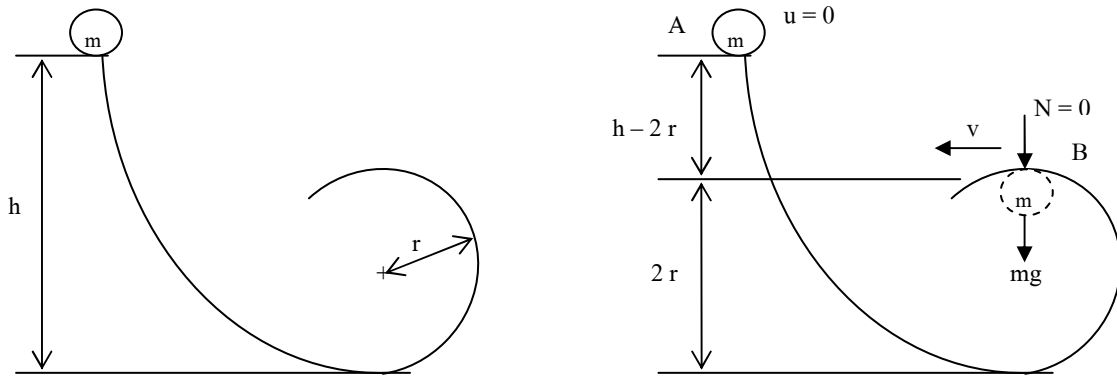
$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(25)(-1)}}{2(25)}$$

$$\therefore x = 0.22 \text{ m } \underline{\text{Ans}}$$



ตัวอย่างที่ 25

ปล่อยลูกบอลมวล m ให้เคลื่อนที่ลงมาตามแนวรางโค้งเส้นดังรูป อยากทราบว่าความสูง h ค่าน้อยที่สุดเป็นกี่เท่าของรัศมี r จึงจะทำให้ลูกบอลเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้พอดี



พิจารณาจาก A \rightarrow B

พลังงานศักย์โน้มถ่วงที่ตำแหน่งเริ่มต้น A จะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ที่ตำแหน่ง B

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน $\Sigma E_A = \Sigma E_B$

$$mg(h-2r) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$2g(h-2r) = v^2 \text{ ---- ①}$$

ที่ตำแหน่ง B ลูกบอลเคลื่อนที่เป็นวงกลมได้พอดี แสดงว่า แรงปฏิกิริยาที่รางกระทำกับลูกบอล $N = 0$ และมีแรง mg ทำหน้าที่เป็นแรงสู่ศูนย์กลาง

$$\text{จาก } F_c = \frac{mv^2}{r}$$

$$mg = \frac{mv^2}{r}$$

$$v^2 = rg$$

แทนค่า $v^2 = rg$ ใน ①, $2g(h-2r) = rg$

$$\therefore h = \frac{5}{2}r \quad \text{Ans}$$

5.6 เครื่องกล

เครื่องกล คือ เครื่องมือที่ช่วยผ่อนแรง อำนวยความสะดวกในการทำงาน เช่น รอก คาน พื้นเอียง ล้อ และเพลา สกรู

ถ้าไม่มีการสูญเสียงาน ให้กับแรงเสียดทาน

$$\text{งานที่ให้กับเครื่องกล} = \text{งานที่ได้รับจากเครื่องกล}$$



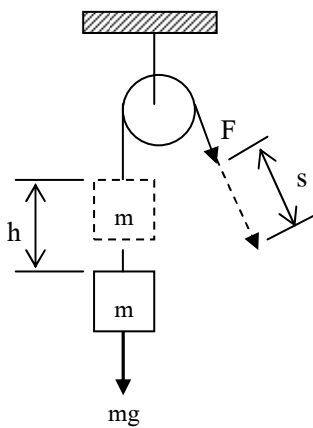
ถ้ามีการสูญเสียงาน ให้กับแรงเสียดทาน

$$\text{งานที่ให้กับเครื่องกล} - \text{งานของแรงเสียดทาน} = \text{งานที่ได้จากเครื่องกล}$$

ประสิทธิภาพของเครื่องกล “ E_{fr} ” เป็นการเปรียบเทียบ ความสามารถในการทำงานของเครื่องกล หาได้จาก ผลหารของงานที่ได้รับจากเครื่องกล กับงานที่ให้กับเครื่องกลคูณด้วย 100 มีหน่วยเป็น %

$$E_{fr} = \frac{W_{ได้}}{W_{ให้}} \times 100$$

ตัวอย่างเครื่องกล



รอกเดี่ยวตายตัว

$$W_{ให้} = F s$$

$$W_{ได้} = mgh$$

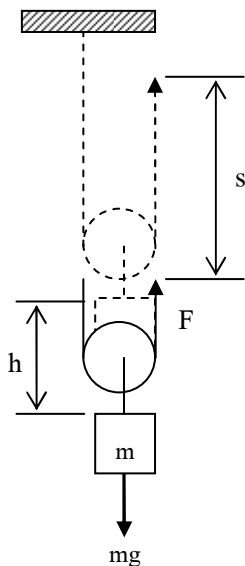
โดยที่ $s = h$

ถ้า $E_{fr} = 100\%$, $W_{ให้} = W_{ได้}$

$$F s = mgh$$

$$\therefore F = mg$$

ไม่ผ่อนแรง



$$W_{ให้} = F s$$

$$W_{ได้} = mgh$$

โดยที่ $s = 2h$

ถ้า $E_{fr} = 100\%$, $W_{ให้} = W_{ได้}$

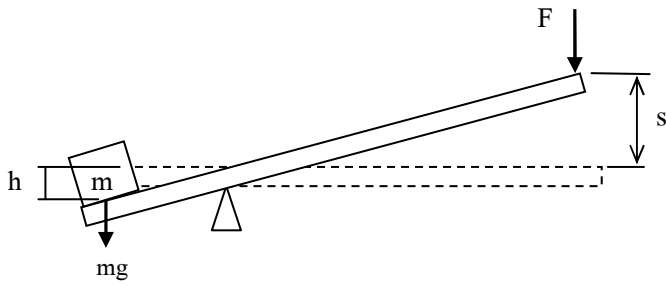
$$F s = mgh$$

$$\therefore F = mg/2$$

ผ่อนแรง



รอกเดี่ยวเคลื่อนที่



กาน

$$W_{\text{ให้}} = F s$$

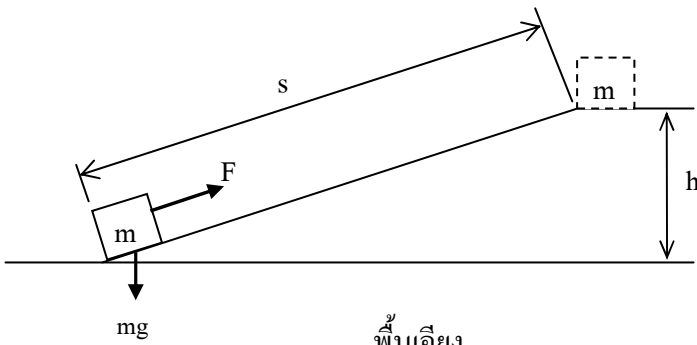
$$W_{\text{ได้}} = mgh$$

ถ้า $E_{\text{fr}} = 100\%$, $W_{\text{ให้}} = W_{\text{ได้}}$

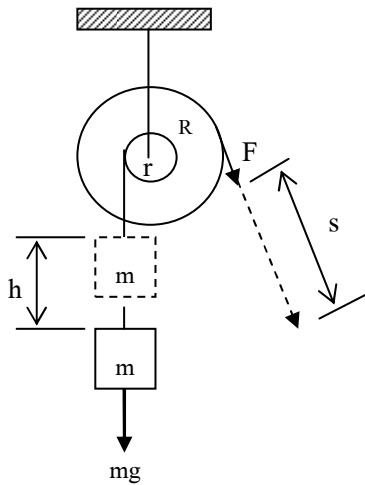
$$F s = mgh$$

$$\therefore F = mg \frac{h}{s}$$

ผ่อนแรงเมื่อ $s > h$



พื้นเอียง



$$W_{\text{ให้}} = F s$$

$$W_{\text{ได้}} = mgh$$

โดยที่ $s = 2\pi R$ และ $h = 2\pi r$

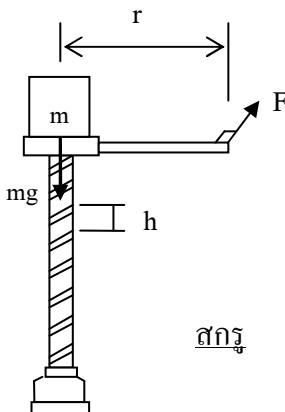
ถ้า $E_{\text{fr}} = 100\%$, $W_{\text{ให้}} = W_{\text{ได้}}$

$$F s = mgh$$

$$\therefore F = mg \frac{r}{R}$$

ผ่อนแรงเมื่อ $R > r$

ล้อและเฟลา



สลัก

$$W_{\text{ให้}} = F (2\pi r)$$

$$W_{\text{ได้}} = mgh$$

ถ้า $E_{\text{fr}} = 100\%$, $W_{\text{ให้}} = W_{\text{ได้}}$

$$F (2\pi r) = mgh$$

$$\therefore F = mg \frac{h}{(2\pi r)}$$

ผ่อนแรงเมื่อ $r > h$